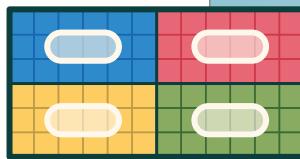


Unidad 5

Aritmética decimal



Cuando sumas, restas, multiplicas y divides números con decimales, en lugar de limitarte a hacer estimaciones, puedes obtener respuestas mucho más precisas que sirven para comprender todo tipo de situaciones del mundo real, por ejemplo, utilizar dinero, comparar precios de comestibles ¡y hasta comprar un auto!

Preguntas esenciales

- ¿Cómo inciden en el valor posicional del resultado los valores posicionales de cada número decimal en un cálculo?
- ¿En qué se parecen las estrategias para multiplicar decimales a las estrategias para dividir decimales? ¿En qué se diferencian?

Uno de los lugares cotidianos más comunes donde puedes ver decimales es el supermercado. Si bien puedes utilizar todo tipo de estrategias para calcular valores decimales exactos, la estimación y el redondeo pueden ayudarte a realizar cálculos rápidos en tu día a día.

Veamos cómo la estimación y el redondeo pueden ayudar a Adnan a comprar sin superar su presupuesto.

Adnan tiene \$15.00 para gastar en comestibles y quiere saber si le alcanza para comprar todos los ingredientes de su receta favorita.

- Espagueti: \$1.34
- Tomates en cubitos: \$0.79
- Muslos de pollo: \$4.99
- Queso parmesano: \$4.38

En primer lugar, Adnan puede redondear cada precio a un valor que sea más fácil de sumar mediante cálculos mentales.

- Espagueti: \$1.50
- Muslos de pollo: \$5
- Tomates en cubitos: \$1
- Queso parmesano: \$4.50

Luego, Adnan puede sumar los valores redondeados para estimar el costo total.

$$1.5 + 5 + 1 + 4.5 = \$121$$

Los ingredientes costarán alrededor de \$12, así que Adnan puede preparar su receta favorita esta noche!

Prueba a hacer esto

Fátima va a preparar papas con queso.

Necesita 5 papas russet y 1 paquete de queso parmesano.

Ingrediente	Precio
Papa russet	\$0.94
Queso parmesano	\$4.38

- a** ¿Aproximadamente cuánto costará comprar estos ingredientes?

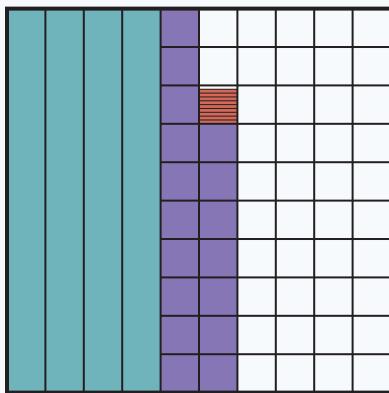
- b** Si Fátima paga con \$10.00, ¿le sobrará dinero? Muestra o explica tu razonamiento.

Puedes representar decimales de más de una manera usando palabras, diagramas y puntos decimales. Por ejemplo, seis décimas, 0.6, sesenta centésimas y 0.60 representan la misma cantidad.

El uso de múltiples representaciones puede resultar útil al sumar o restar decimales.

Digamos que estamos calculando $0.189 + 0.39$.

Cuadrícula de centésimas



Cálculo vertical

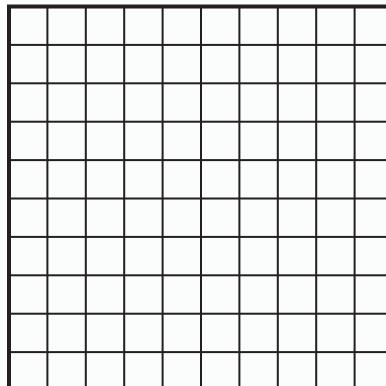
$$\begin{array}{r} & 1 \\ 0 & . & 1 & 8 & 9 \\ + & 0 & . & 3 & 9 & 0 \\ \hline & 0 & . & 5 & 7 & 9 \end{array}$$

Tanto el gráfico de centésimas como el cálculo vertical muestran un total de 4 décimas, 17 centésimas y 9 milésimas. 10 centésimas equivalen a 1 décima, por lo que la respuesta final es 5 décimas, 7 centésimas y 9 milésimas, o 0.579.

Prueba a hacer esto

Calcula el valor de $0.472 - 0.081$.

Utiliza el diagrama o un cálculo vertical si te ayudan a pensar.



Cuando sumas y restas decimales, es útil reescribirlos de diferentes maneras.

Digamos que un limón y una fresa juntos pesan 0.35 libras y el limón solo pesa 0.235 libras.

¿Cuanto pesa la fresa?

$$\begin{array}{r} 4 \ 10 \\ 0 . \ 3 \ 5 \ 0 \\ - 0 . \ 2 \ 3 \ 5 \\ \hline 0 . \ 1 \ 1 \ 5 \end{array}$$

Puedes utilizar cálculos verticales para reescribir el peso total, 0.35, como 3 décimas, 4 centésimas y 10 milésimas. Ahora puedes restar el peso del limón al total para determinar el peso de la fresa.

Prueba a hacer esto

Calcula el valor de $3.725 - 1.14$.

Utiliza un cálculo vertical si te ayuda a pensar.

Una estrategia que puede ayudarte a entender la suma y la resta de decimales son los cálculos verticales.

Para usar un cálculo vertical, simplemente alinea los números por valor posicional de modo que sumes o restes unidades con unidades, décimas con décimas, centésimas con centésimas y milésimas con milésimas.

Aquí se muestra un cálculo vertical. Para comprobar si el cálculo es correcto, puedes hacer una estimación o usar la operación contraria (suma).

$$\begin{array}{r} 6.2 \\ - 2.5 \\ \hline 3.7 \end{array}$$

Podrías estimar que $6.2 - 3 = 3.2$, por lo que tu diferencia debe ser mayor que 3.2.

También puedes usar la suma para verificar tu trabajo, sumando 2.5 a 3.7 para obtener 6.2.

Prueba a hacer esto

Aquí tienes un problema de resta.

- a) Determina los dígitos que faltan.

$$\begin{array}{r} 8.8 \\ - \square.2\square \\ \hline 4.\square4 \end{array}$$

- b) Utiliza la suma para verificar tu trabajo.

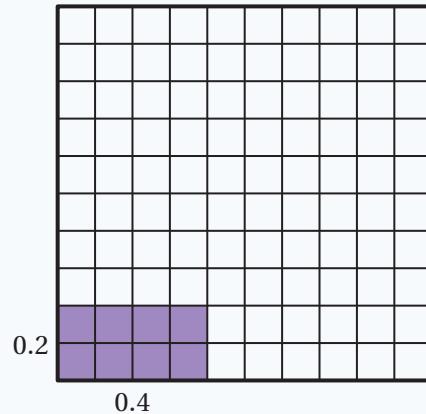
Dos estrategias para multiplicar decimales son:

- Utilizar un modelo del área.
- Escribir los decimales como fracciones equivalentes.

Una ventaja de utilizar un modelo del área es que puedes visualizar el producto. Por ejemplo, puedes representar $0.4 \cdot 0.2$ como un rectángulo con una longitud de 0.4 y un ancho de 0.2. En una cuadrícula de centésimas, puedes contar los cuadros coloreados, cada uno de los cuales representa $\frac{1}{100}$, para determinar el producto.

Sin embargo, puede resultar complicado utilizar un modelo de área para representar decimales menores que décimas o centésimas.

Tu otra opción es convertir los decimales a fracciones equivalentes. $0.4 \cdot 0.2$ se puede escribir como $\frac{4}{10} \cdot \frac{2}{10}$, lo que equivale a $\frac{8}{100}$ o 0.08.

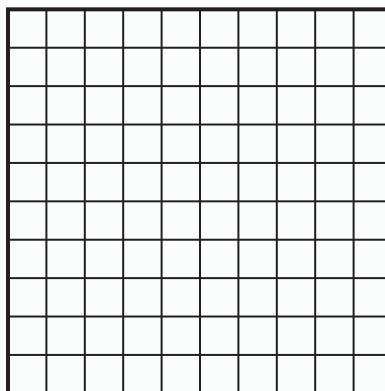


$$\begin{aligned}\text{Área} &= \text{longitud} \cdot \text{ancho} \\ &= 0.4 \cdot 0.2 \\ &= 0.08\end{aligned}$$

Prueba a hacer esto

Calcula el valor de $0.8 \cdot 0.05$.

Utiliza la cuadrícula de centésimas o fracciones equivalentes si te ayudan a pensar.



Podemos usar factores comunes para crear expresiones equivalentes.

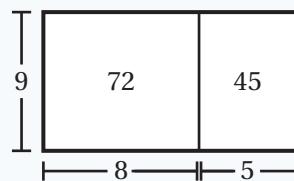
Por ejemplo, dado que 7 es un factor común de cada término en la expresión $21 + 14$, puedes formar la expresión equivalente $7(3 + 2)$. Este es un ejemplo de la **propiedad distributiva**.

La propiedad distributiva nos dice que $a(b + c) = ab + ac$. Esto significa que multiplicar un número por la suma de dos o más términos equivale a multiplicar el número por cada término individualmente y luego sumar los productos.

Podemos usar modelos de área para determinar expresiones equivalentes.

Escribamos dos expresiones para este modelo de área.

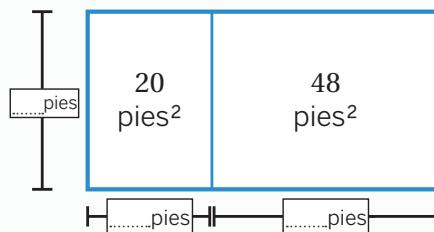
- $72 + 45$ representa la suma de las áreas de los rectángulos pequeños.
- $9(8 + 5)$ representa la longitud multiplicada por el ancho del rectángulo completo. Esta expresión nos muestra que 9 es factor común de 72 y 45.



Prueba a hacer esto

Este es un modelo de área.

- a** Determina el ancho y las longitudes que faltan.

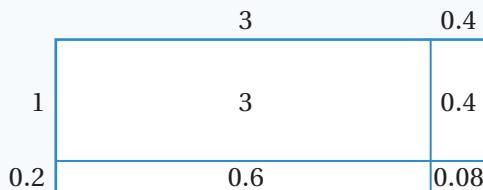


- b** Escribe otras dos expresiones para representar el área total de $20 + 48$.

Una forma de multiplicar dos decimales es utilizar un modelo de área.

Para utilizar un modelo de área, separa los decimales en partes. Este rectángulo tiene longitudes de lado que miden 3.4 y 1.2 unidades. Cada longitud de lado está dividida según su valor posicional: 3.4 se divide en 3 + 0.4 y 1.2 se divide en 1 + 0.2.

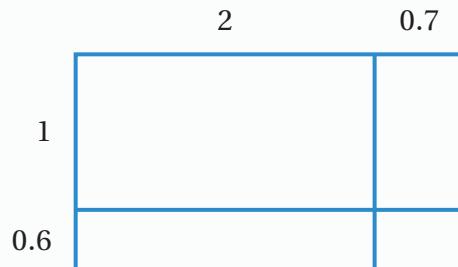
El área total del rectángulo es igual a la suma de las áreas de los cuatro rectángulos pequeños: $3.4 \cdot 1.2 = 3 + 0.4 + 0.6 + 0.08 = 4.08$.



Prueba a hacer esto

Aquí tienes un modelo de área para $2.7 \cdot 1.6$, dividido en partes.

- a** Calcula el área de cada parte.



- b** Usa tu modelo de área para calcular $2.7 \cdot 1.6$.

Hay varias estrategias diferentes que puedes utilizar para multiplicar decimales, como modelos de área y fracciones. También puedes convertir los decimales a números naturales y luego usar el razonamiento del valor posicional. Dependiendo del problema, una estrategia puede resultar más útil que otra.

Resolvamos $2.4 \cdot 0.03$ usando dos estrategias: *conversión de fracciones y uso de números naturales con el razonamiento del valor posicional*.

Estrategia 1: Conversión de fracciones

Reescribe cada valor como una fracción equivalente.

$$2.4 \cdot 0.03 = \frac{24}{10} \cdot \frac{3}{100}$$

Multiplica las fracciones.

$$\frac{24}{10} \cdot \frac{3}{100} = \frac{72}{1000}$$

Usa el denominador para determinar el valor posicional.

$$\begin{aligned}\frac{72}{1000} &\text{ son 72 milésimas.} \\ \frac{72}{1000} &= 0.072\end{aligned}$$

Estrategia 2: Números naturales con el razonamiento del valor posicional

Piensa en cada término como un número natural y luego multiplícalo.

$$\begin{aligned}2.4 \cdot 0.03 &\rightarrow 24 \cdot 3 \\ 24 \cdot 3 &= 72\end{aligned}$$

Piensa en el valor posicional de cada término.

2.4 son 24 décimas.
0.03 son 3 centésimas.

Determina el valor posicional que corresponde al producto.

décimas por centésimas = milésimas
 $2.4 \cdot 0.03 = 72$ milésimas
 $2.4 \cdot 0.03 = 0.072$

Prueba a hacer esto

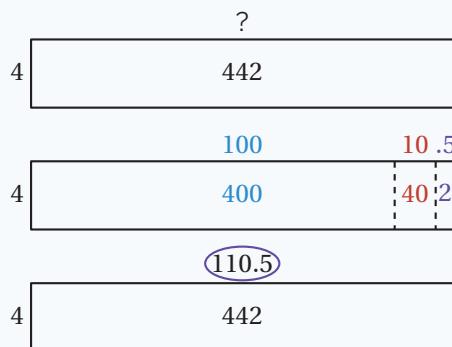
Calcula el valor de $1.5 \cdot 0.023$.

Utiliza cualquier estrategia para mostrar tu razonamiento.

Hay muchas formas de dividir números. Aquí se muestran dos estrategias que puedes usar para calcular $442 \div 4$.

Modelo de área

Dibuja un diagrama con un ancho de 4 y un área de 442. Divide el diagrama en áreas menores, como 400, 40 y 2, como ayuda para hallar las longitudes que faltan. Determina la suma de las longitudes que faltan para hallar el cociente total.



$$442 \div 4 = 110.5$$

Cocientes parciales

Comenzando en la posición de las centenas, determina el tamaño de cada grupo si divides 400 entre 4. Luego resta 400 a 442 para saber qué cantidad queda en la posición de las decenas y enseguida determina el tamaño de cada grupo si divides entre 4. Repite el proceso con la posición de las unidades.

110.5	
0.5	
10	
+ 100	
4) 442	
- 400	← 400 son 4 grupos de 100
42	42
- 40	← 40 son 4 grupos de 10
2	2
- 2	← 2 son 4 grupos de 0.5
0	

$$442 \div 4 = 110.5$$

Prueba a hacer esto

Calcula el valor de $723 \div 6$.

Utiliza cualquier estrategia para mostrar tu razonamiento.

Cuando obtienes un resto en una expresión de división, puedes continuar dividiendo.

Así es como puedes calcular $86 \div 4$ usando la división larga.

En esta estrategia, separas las 2 unidades restantes en 20 décimas escribiendo el dividendo 86 como 86.0.

Esto te permite colocar un 0 a la derecha de las 2 unidades restantes.

Luego, agregas un punto decimal a la derecha del 1 en el cociente para mostrar que el 5 resultante está en la posición de las décimas.

Así que $86 \div 4 = 21.5$.

$$\begin{array}{r} 21.5 \\ 4) 86.0 \\ -8 \downarrow \\ \hline 6 \\ -4 \downarrow \\ \hline 20 \\ -20 \\ \hline 0 \end{array}$$

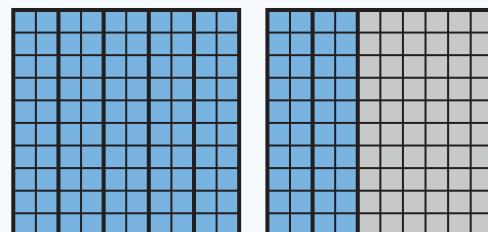
Prueba a hacer esto

Utiliza la división larga para calcular el valor de $855 \div 6$.

Podemos usar cuadrículas de centésimas, cuadrículas de milésimas y fracciones para ayudarnos a visualizar y dividir decimales.

Este diagrama representa la expresión $1.4 \div 0.2$.

- Usando la cuadrícula de centésimas, puedes contar el número de grupos de 2 décimas que se necesitan para completar 1 entero y 4 décimas. Se necesitan 7 grupos, por lo que $1.4 \div 0.2 = 7$.
- Puedes reescribir cada decimal como una fracción equivalente, de modo que 1.4 se convierte en $\frac{14}{10}$ y 0.2 se convierte en $\frac{2}{10}$. Ahora, puedes usar tus conocimientos sobre cómo dividir fracciones para calcular el cociente.



$$\begin{aligned}1.4 \div 0.2 &= \frac{14}{10} \div \frac{2}{10} \\&= 14 \div 2 \\&= 7\end{aligned}$$

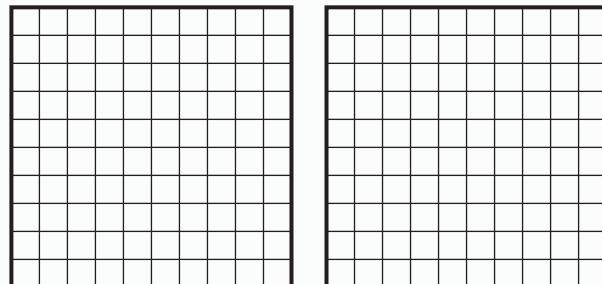
A veces necesitarás usar denominadores comunes para resolver expresiones con fracciones. Por ejemplo,

$$1.5 \div 0.03 = \frac{15}{10} \div \frac{3}{100} = \frac{150}{100} \div \frac{3}{100} = 150 \div 3 = 50.$$

Prueba a hacer esto

Calcula $1.08 \div 0.09$.

Utiliza el diagrama si te ayuda a pensar.



Cuando divides por un decimal, puede resultar útil reescribir la expresión usando números naturales, multiplicando por una potencia de 10.

Por ejemplo, puedes reescribir $7.65 \div 1.2$ como $765 \div 120$.

$$\begin{aligned}7.65 \div 1.2 &= \frac{765}{100} \div \frac{12}{10} \\&= \frac{765}{100} \div \frac{120}{100} \\&= 765 \div 120\end{aligned}$$

Una vez que tengas una expresión con números naturales, puedes usar la división larga para calcular el cociente.

$$\begin{array}{r} 6.375 \\ 120) 765.000 \\ -720 \downarrow | \\ \hline 450 \\ -360 \downarrow \\ \hline 900 \\ -840 \downarrow \\ \hline 600 \\ -600 \\ \hline 0 \end{array}$$

Prueba a hacer esto

Calcula $5.62 \div 0.05$.

Utiliza cualquier estrategia para mostrar tu razonamiento.

Para determinar cuánto tiempo tomará reproducir una película a cierta velocidad, puedes dividir la duración original de la película por la velocidad.

Supongamos que una película dura 5.6 minutos.

- Si se duplica la velocidad de reproducción, tomará 2.8 minutos ver la película: $5.6 \div 2 = 2.8$.
- Si se reduce a la mitad la velocidad de reproducción, tomará 11.2 minutos ver la película: $5.6 \div 0.5 = 11.2$.

Prueba a hacer esto

Ichiro quiere reproducir una película de 20 segundos a diferentes velocidades.

- Escribe una expresión que podría utilizar para calcular cuánto tiempo duraría la película al reproducirla a una de velocidad $4x$.
- ¿Cuánto tiempo duraría la película al reproducirla a $0.8x$?

Los decimales aparecen en todo tipo de problemas del mundo real. Podemos utilizar operaciones con decimales para tomar decisiones bien informadas en estas situaciones.

Podrías comenzar por escribir una ecuación para representar la situación y luego determinar su solución.

Problema	Ecuaciones
Las manzanas cuestan \$0.75 por libra. Tengo \$4.00 para gastar en manzanas. Necesito saber cuántas libras de manzanas puedo comprar.	$4.00 \div 0.75 = 5\frac{1}{3}$ $5\frac{1}{3}$ libras de manzanas
Callen está construyendo una rampa para silla de ruedas que mide 5.7 pies de largo y que lleva un clavo cada 6 pulgadas. ¿Cuántos clavos usará Callen?	$5.7 \cdot 12 = 68.4$ $68.4 \div 6 = 11.4$ 11 o 12 clavos
Marco trabaja en una tienda de comestibles y gana \$11.50 por hora. Ren trabaja en una tienda de mascotas y gana \$12.85 por hora. ¿Cuánto más dinero ganará Ren que Marco en un turno de 5.5 horas?	$12.85 - 11.50 = 1.35$ $1.35 \cdot 5.5 = 7.425$ \$7.43

Prueba a hacer esto

La familia de Zoe planea comprar un DesMobile.

Estos son algunos datos que les sirvieron para tomar su decisión.

- a) ¿Cuánto costaría llenar el tanque de gasolina del DesMobile?

- El DesMobile tiene una capacidad de 12.5 galones de gasolina.
- El DesMobile puede recorrer 500 millas con el tanque lleno.
- La familia de Zoe conduce unas 12,000 millas al año.
- La gasolina en la ciudad de Zoe cuesta \$3.20 por galón.

- b) ¿Cuánto costaría conducir 1 milla según el costo de la gasolina y la autonomía del DesMobile?

- c) Si la familia de Zoe conduce el DesMobile, ¿aproximadamente cuánto gastarían al año en gasolina?

Podemos hacer conversiones entre porcentajes, decimales y fracciones para resolver problemas, incluidos problemas relacionados con el dinero.

Hemos aprendido que por ciento significa “de cada 100”. Esto quiere decir que:

- Podemos escribir porcentajes como fracciones con un denominador de 100. Por ejemplo, 13% es equivalente a $\frac{13}{100}$.
- Podemos pensar en los porcentajes como un número de centésimas y luego determinar un valor equivalente en decimales. Por ejemplo, 13% son 13 centésimas, o 0.13.

Es importante prestar atención al valor posicional al convertir porcentajes a fracciones y decimales. Por ejemplo, 2.5% equivale a 2.5 centésimas ($\frac{2.5}{100}$) o 25 milésimas ($\frac{25}{1000}$) y los dos valores pueden representarse con el número decimal 0.025.

Prueba a hacer esto

Determina los valores que faltan en cada fila.

Porcentaje (%)	Número decimal	Fracción
6		
170		
	0.24	
		$\frac{300}{100}$

Has utilizado razones, rectas numéricas dobles y diagramas de cinta para modelar y resolver problemas de porcentajes. Otra estrategia que puedes utilizar es la conversión del porcentaje a decimales y luego multiplicar o dividir.

Supongamos que la familia de BZ gastó el 4% de sus ingresos mensuales en comestibles la semana pasada. Su ingreso mensual es de \$4,000.00. ¿Cuánto dinero gastaron en comestibles para una semana?

Para determinar la respuesta, primero escribe 4% como decimal: $4\% = 0.04$.

Luego, multiplica por el ingreso mensual total: $0.04 \cdot 4000 = 160$.

Eso significa que la familia de BZ gastó \$160.00 en sus comestibles la semana pasada.

Prueba a hacer esto

En los Estados Unidos, una persona gasta en alimentos aproximadamente \$340 al mes.

a) Tyler gasta unos \$68 al mes en ingredientes para ensaladas.

¿A qué porcentaje del gasto promedio mensual en alimentos equivale eso?

b) La compra de frutas representa el 6% del gasto mensual en alimentos de Tyler.

¿Cuánto dinero es eso?

Lección 1

- a Las respuestas pueden variar. $1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 4.50 = \9.50
- b Sí. Las explicaciones pueden variar. Estimé cuánto le costará a Fátima, redondeando cada precio y determinando la suma. El total de artículos costará menos de \$9.50.

Lección 2

0.391

Lección 3

2.585

Lección 4

a

$$\begin{array}{r} 8.8 \\ - 4.26 \\ \hline 4.54 \end{array}$$

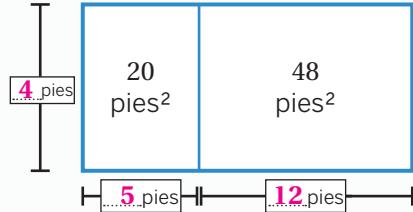
- b $4.26 + 4.54 = 8.8$

Lección 5

0.04

Lección 6

- a Las respuestas pueden variar.



- b Las respuestas pueden variar. $4(5 + 12), 4(5) + 4(12), 2(10 + 24), 2(10) + 2(24), 68$ (o equivalente)

Lección 7

a

	2	0.7
1	2	0.7
0.6	1.2	0.42

b 4.32

Lección 8

0.0345

Las explicaciones pueden variar. Una estrategia consiste en utilizar el modelo de conversión de fracciones para calcular $1.5 \cdot 0.023$.

- Reescribir cada valor como una fracción equivalente. $1.5 \cdot 0.023 = \frac{15}{10} \cdot \frac{23}{1000}$
- Multiplicar las fracciones. $\frac{15}{10} \cdot \frac{23}{1000} = \frac{345}{10000}$
- Usar el denominador para determinar el valor posicional. $\frac{345}{10000}$ es 345 diezmilésimas, que en forma decimal se escribe 0.0345.

Lección 9

120.5

Las explicaciones pueden variar. Una estrategia consiste en utilizar el modelo de cocientes parciales para calcular $723 \div 6$.

- Empieza por la posición de las centenas. Hay 6 grupos de 100 en 700.
- Luego, resta 600 a 723 para determinar que queda un resto de 123.
- A continuación, pasa a la posición de las decenas para determinar que hay 6 grupos de 20 en 120.
- Resta 120 a 123 para determinar que queda un resto de 3.
- Hay 6 grupos de 0.5 en 3.
- Suma todos los cocientes parciales para determinar que $723 \div 6 = 120.5$.

$$\begin{array}{r}
 120.5 \\
 0.5 \\
 \hline
 20 \\
 100 \\
 \hline
 6) \overline{723} \\
 -600 \quad \leftarrow \text{6 grupos de 100} \\
 \hline
 123 \\
 -120 \quad \leftarrow \text{6 grupos de 20} \\
 \hline
 3 \\
 -3 \quad \leftarrow \text{6 grupos de 0.5} \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

$723 \div 6 = 120.05$

Lección 10

Nota para cuidadores: Para utilizar el modelo de división larga para calcular $855 \div 6$, determina el cociente dígito por dígito, de izquierda a derecha. Utiliza el valor posicional para determinar dónde colocar cada dígito en el cociente.

- Hay 6 grupos de 1 (centenas).
- Hay 6 grupos de 4 (decenas).
- Hay 6 grupos de 2 (unidades).

Puedes escribir un resto con decimales si añades un punto decimal y un cero a la derecha del dígito de las unidades en el dividendo y luego continúas con la división larga hasta que no quede resto.

- Hay 6 grupos de 5 (décimas).

142.5

$$\begin{array}{r} 142.5 \\ 6)855.0 \\ -6 \\ \hline 255 \\ -24 \\ \hline 15 \\ -12 \\ \hline 3 \\ -3 \\ \hline 0 \end{array}$$

6 grupos de 1 (centenas)

6 grupos de 4 (decenas)

6 grupos de 2 (unidades)

6 grupos de 5 (décimas)

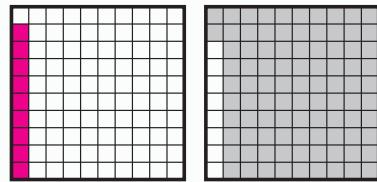
Lección 11

12

Nota para cuidadores: Estas son dos estrategias para dividir $1.08 \div 0.09$.

- Utiliza la cuadrícula de centésimas para contar cuántos grupos de 9 centésimas se necesitan para completar 1 entero y 8 centésimas. Se necesitan 12 grupos, así que $1.08 \div 0.09 = 12$.
- Reescribe cada decimal como una fracción equivalente, de modo que 1.08 equivale a $\frac{108}{100}$ y 0.09 equivale a $\frac{9}{100}$.

$$\frac{108}{100} \div \frac{9}{100} = 108 \div 9 = 12$$



Lección 12

112.4

Nota para cuidadores: Una estrategia consiste en reescribir la expresión utilizando números naturales, multiplicando por una potencia de 10.

- Primero reescribe $5.62 \div 0.05$ utilizando fracciones equivalentes.
- Luego utiliza la división larga para calcular el cociente.

$$\frac{562}{100} \div \frac{5}{100} = 562 \div 5$$

112.4

5)562.0

—500

62

—50

12

—10

2

—2

0

Lección 13

- a $20 \div 4$ (o equivalente)
- b 25 segundos

Nota para cuidadores: Una estrategia consiste en dividir la duración de la película por la velocidad de reproducción. $20 \div 0.8 = 25$

Lección 14

- a \$40
- b \$0.08

Nota para cuidadores: Una estrategia consiste en dividir \$40 por 500 para determinar la tasa unitaria. $40 \div 500 = 0.08$

- c \$960

Nota para cuidadores: Una estrategia consiste en multiplicar el costo por milla por el número de millas. $0.08 \cdot 12000 = 960$

Lección 15

Porcentaje (%)	Número decimal	Fracción
6	0.06	$\frac{6}{100}$ (o equivalente)
170	1.7	$\frac{170}{100}$ (o equivalente)
24	0.24	$\frac{24}{100}$ (o equivalente)
300	3.0	$\frac{300}{100}$

Lección 16

- a 20%

*Nota para cuidadores: Una estrategia consiste en dividir la parte por el total.
 $68 \div 340 = 0.2 = 20\%$*

- b \$20.40

Nota para cuidadores: Una estrategia consiste en convertir el porcentaje a decimal y luego multiplicar. 6% de \$340 es $0.06 \cdot 340 = 20.40$.