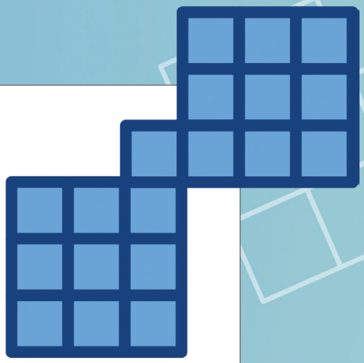
Unidad 7

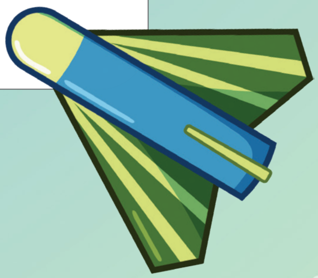


Funciones cuadráticas

¿Qué tienen en común una pelota que vuela por el aire y una empresa que estima cuánto dinero puede ganar vendiendo sus productos? Ambas situaciones pueden modelarse mediante funciones cuadráticas. En esta unidad, aprenderás en qué se diferencian las relaciones cuadráticas de las relaciones lineales y exponenciales y crearás ecuaciones en distintas formas para representarlas. Modelarás situaciones con funciones cuadráticas y harás predicciones y tomarás decisiones basándote en tus modelos.

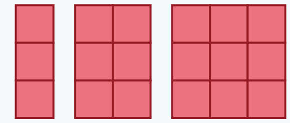
Preguntas esenciales

- ¿Cuáles son las características importantes de las relaciones cuadráticas?
- ¿Cómo podemos graficar y escribir ecuaciones de funciones cuadráticas en distintas formas?
- ¿Qué situaciones pueden modelarse usando funciones cuadráticas?



Resumen | Lección 1

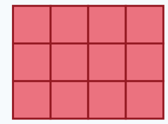
Puedes investigar patrones visuales para determinar cómo construir una figura concreta o escribir una expresión para representar el patrón.



$n = 1$ $n = 2$ $n = 3$

Este es un ejemplo de los tres primeros pasos de un patrón visual.

Puedes describir lo que cambia y lo que permanece igual como ayuda para dibujar la siguiente figura, donde $n = 4$.



$n = 4$

Describir cómo ves que cambia un patrón visual puede ayudarte a escribir una regla o expresión para determinar los demás valores del patrón.

Estas son dos formas de determinar el valor del décimo paso de este patrón, o cuántas baldosas hay en $n = 10$.

- Si ves que el patrón aumenta en una columna de 3 en cada paso, podrías añadir 3 más hasta llegar a $n = 10$.
- Si ves cada paso del patrón como un rectángulo que tiene las dimensiones 3 por n, podrías multiplicar 3 por 10 para hallar el número total de baldosas.
- En ambos casos, determinarías que habrá 30 baldosas cuando $n = 10$.

n	Número de baldosas
1	3
2	6
3	9
...	...
10	30

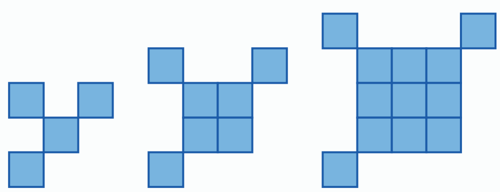
+3 +3 +3 +3

×3

Hay muchas formas de ver y describir patrones visuales con precisión.

Prueba a hacer esto

Estos son los tres primeros pasos de un patrón.



$s = 1$ $s = 2$ $s = 3$

a Describe cómo cambia el patrón.

b Determina el número de baldosas cuando $s = 10$.

Resumen | Lección 2

Puedes determinar si un patrón visual representa una relación lineal, exponencial o **cuadrática**, o algo distinto.

Si puedes observar un cuadrado que va cambiando a lo largo de un patrón, la relación podría ser cuadrática y puedes utilizar un término cuadrático para escribir una expresión cuadrática.

Estas son algunas estrategias que puedes utilizar para escribir una expresión que represente un patrón visual:

Puedes buscar lo que cambia y lo que permanece igual.

- Las 3 baldosas exteriores permanecen igual.
- El cuadrado interior crece desde 1 a 4 a 9.

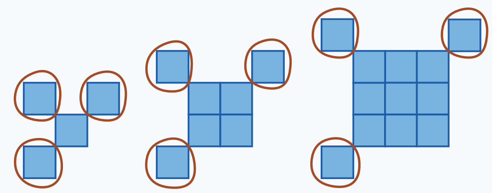


Figura 1 **Figura 2** **Figura 3**

Puedes buscar dónde ves el número de figura, n, en cada diagrama.

- Puedes ver el número de la figura como la longitud de lado del cuadrado creciente.
- Puedes escribir cada número de baldosas como una expresión.

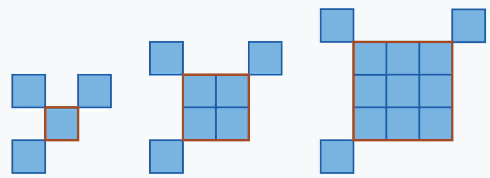


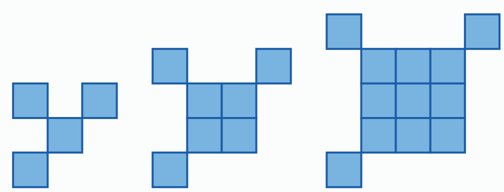
Figura 1 **Figura 2** **Figura 3**

$1^2 + 3$ $2^2 + 3$ $3^2 + 3$

Puedes escribir una expresión cuadrática para representar el número de baldosas de la figura n como $n^2 + 3$.

Prueba a hacer esto

Estos son los tres primeros pasos de un patrón.



$s = 1$ $s = 2$ $s = 3$

a ¿Muestra este patrón una relación cuadrática? Explica tu razonamiento.

b Escribe una expresión para el número de baldosas en términos de s.

Resumen | Lección 3

Puedes analizar una tabla de valores, un patrón o una ecuación como ayuda para determinar si una relación es lineal, cuadrática, exponencial o de otro tipo.

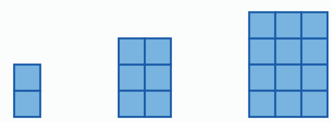
- Las relaciones lineales tienen una primera diferencia constante en los valores de y cuando los valores de x cambian en un valor constante.
- Las relaciones cuadráticas cambian por una **segunda diferencia** constante, la diferencia entre las primeras diferencias. Una **función cuadrática** es una función que representa una relación cuadrática.
- Las relaciones exponenciales tienen una razón constante.

Estos son algunos ejemplos.

<table>
<tr><th></th><th>Lineal</th><th>Cuadrática</th><th>Exponencial</th></tr>
<tr><th>Tabla</th>
<td><table>
<tr><th>x</th><th>$f(x)$</th><th></th></tr>
<tr><td>1</td><td>3</td><td>$+3$</td></tr>
<tr><td>2</td><td>6</td><td>$+3$</td></tr>
<tr><td>3</td><td>9</td><td>$+3$</td></tr>
<tr><td>4</td><td>12</td><td></td></tr>
</table></td>
<td><table>
<tr><th>x</th><th>$g(x)$</th><th></th><th></th></tr>
<tr><td>1</td><td>2</td><td>$+3$</td><td>$+2$</td></tr>
<tr><td>2</td><td>5</td><td>$+5$</td><td>$+2$</td></tr>
<tr><td>3</td><td>10</td><td>$+7$</td><td></td></tr>
<tr><td>4</td><td>17</td><td></td><td></td></tr>
</table></td>
<td><table>
<tr><th>x</th><th>$h(x)$</th><th></th></tr>
<tr><td>1</td><td>6</td><td>$\cdot 2$</td></tr>
<tr><td>2</td><td>12</td><td>$\cdot 2$</td></tr>
<tr><td>3</td><td>24</td><td>$\cdot 2$</td></tr>
<tr><td>4</td><td>48</td><td></td></tr>
</table></td>
</tr>
<tr><th>Ecuación</th><td>$f(x) = 3x$</td><td>$g(x) = x^2 + 1$</td><td>$h(x) = 3 \cdot 2^x$</td></tr>
</table>

Prueba a hacer esto

Estos son los tres primeros pasos de un patrón.



$s = 1$ $s = 2$ $s = 3$

a ¿La relación entre el número de pasos y el número de baldosas de este patrón es cuadrática, lineal o exponencial?

Explica tu razonamiento.

b Escribe una expresión para el número de baldosas en términos de s.

Resumen | Lección 4

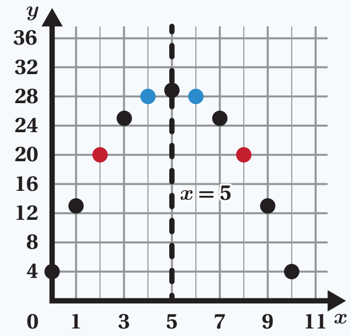
La gráfica de una función cuadrática se llama **parábola**. Las parábolas tienen un **eje de simetría** que pasa por el punto máximo o mínimo. Si doblas una parábola a lo largo de este eje obtienes dos mitades idénticas. Esta es una tabla y una gráfica que representan una relación cuadrática.

Tabla

x	y
2	20
4	28
5	29
6	28
8	20

Puedes ver que los puntos son simétricos con respecto al eje de simetría en $x = 5$.

Gráfica



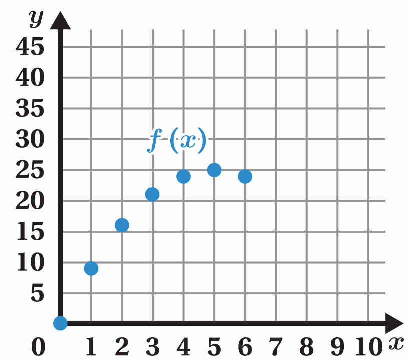
Puedes ver que los puntos forman una parábola y son simétricos con respecto al eje de simetría en $x = 5$.

Prueba a hacer esto

Estos son algunos puntos que pertenecen a una función cuadrática, $f(x)$.

a Dibuja y rotula el eje de simetría donde creas que se encuentra en esta parábola.

b Traza otros cuatro puntos que formen parte de esta parábola.
Explica tu razonamiento.



Puedes usar tablas y gráficas para hacer predicciones sobre relaciones cuadráticas en contexto.

Esta tabla y esta gráfica muestran la altura de un cohete de aire en distintos momentos.

Tabla

Tiempo (s)	Altura (m)
0	0
1	55
2	100
3	135
4	160
5	175

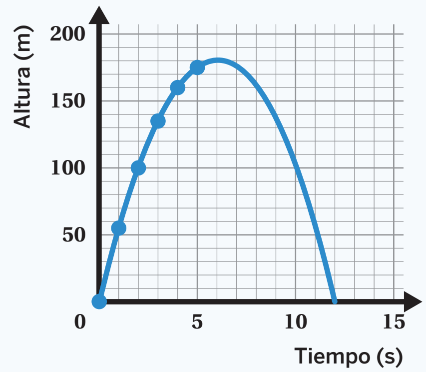
+55, +45, +35, +25, +15

−10, −10, −10, −10

Puedes extender el patrón de la tabla utilizando la segunda diferencia.

En la tabla se puede ver cómo el cohete alcanza 160 metros de altura a los 4 segundos y 175 metros de altura a los 5 segundos.

Gráfica



Puedes utilizar la gráfica para determinar la altura máxima del cohete buscando el punto más alto de la parábola.
La altura máxima del cohete es de 180 metros a los 6 segundos.

También puedes ver en la gráfica que el cohete tarda 12 segundos en aterrizar.

Prueba a hacer esto

Esta tabla muestra la altura de una bola lanzada desde la torre inclinada de Pisa.

Tiempo (s)	Altura (ft)
0	190
1	174
2	126

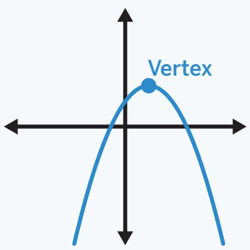
a ¿A qué altura estaba la pelota después de 3 segundos?

b ¿Tocará la pelota el suelo antes o después de los 4 segundos? Explica tu razonamiento.

Resumen | Lección 6

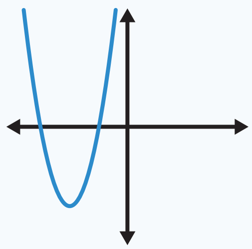
Puedes describir las características clave de las *parábolas* con términos como: **vértice**, **cóncava hacia arriba** o **cóncava hacia abajo**.

vértice



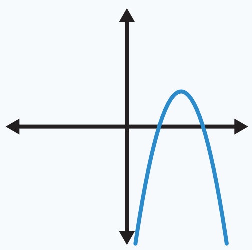
El vértice es el punto *máximo* o *mínimo* de una parábola (donde una parábola pasa de creciente a decreciente, o viceversa).

cóncava hacia arriba



Una parábola que se abre hacia arriba es cóncava hacia arriba.

cóncava hacia abajo



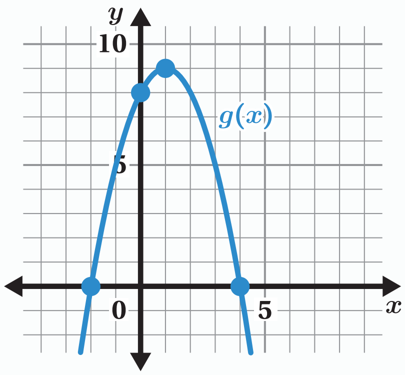
Una parábola que se abre hacia abajo es cóncava hacia abajo.

Prueba a hacer esto

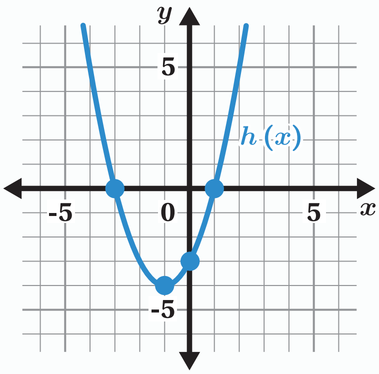
Describe cada parábola utilizando los términos del banco de palabras.

intersección con el eje x	vértice	mínimo	cóncava hacia arriba
Intersección con el eje y	eje de simetría	máximo	cóncava hacia abajo

a



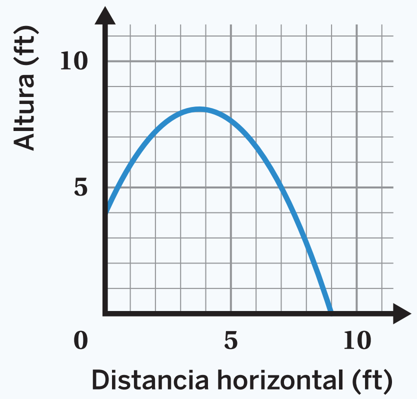
b



Resumen | Lección 7

La gráfica de una *función cuadrática* es una parábola. Puedes identificar las características clave de una función cuadrática a partir de una gráfica, una tabla o una ecuación como ayuda para interpretar funciones cuadráticas en un contexto.

Por ejemplo, esta gráfica modela la trayectoria de un cohete de aire.



Puedes usar la intersección con el eje y para escribir la altura inicial del cohete de aire.

- La intersección con el eje y está en $(0, 4)$.
- Esto significa que al principio, o cuando la distancia horizontal era de 0 pies, la altura era de 4 pies.

Puedes utilizar el *vértice* para describir la altura máxima del cohete de aire.

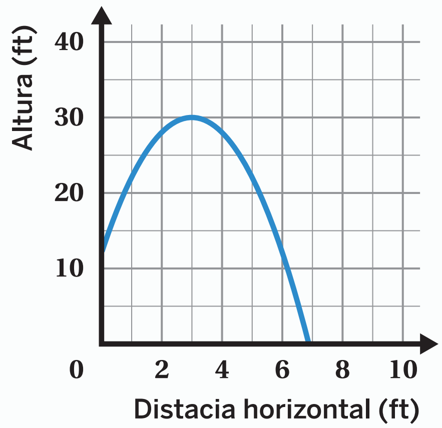
- El vértice está aproximadamente en $(3.5, 8)$.
- Esto significa que el cohete de aire alcanzó una altura máxima de 8 pies.

Puedes usar la intersección con x para describir dónde aterriza el cohete de aire.

- La intersección con x en la gráfica está en $(9, 0)$.
- Esto significa que la distancia horizontal era de 9 pies cuando el cohete aterrizó o cuando la altura era de 0 pies.

Prueba a hacer esto

Esta es la gráfica de la trayectoria de un globo.



a ¿Qué característica clave representa la altura inicial del globo? Encierra una opción en un círculo.

intersección con x | intersección con y, x | vértice

b ¿Qué característica clave representa la distancia horizontal a la que el globo toca el suelo? Encierra una opción en un círculo.

intersección con x | intersección con y, x | vértice

c ¿Cuál es la altura máxima que alcanza el globo?

Resumen | Lección 8

Puedes representar gráficamente una función cuadrática evaluando su ecuación en diferentes valores de x.
Una tabla puede ser útil para organizar tu razonamiento sobre cuadráticas escritas en forma estándar o factorizada.

Aquí se muestran dos ejemplos. Puedes utilizar la tabla para determinar el valor de cada función cuando x = -3 y $x = 1$ y determinar los puntos correspondientes en la gráfica.

$$f(x) = 2x^2 + 8x - 10$$

x	$2x^2$	$8x$	-10	$2x^2 + 8x - 10$	Punto en la grafica
-3	$2(-3)^2 = 18$	$8(-3) = -24$	-10	$18 - 24 - 10 = -16$	(-3, -16)
1	$2(1)^2 = 2$	$8(1) = 8$	-10	$2 + 8 - 10 = 0$	(1, 0)

$$g(x) = (3x - 1)(x + 5)$$

x	$(3x - 1)$	$(x + 5)$	$(3x - 1)(x + 5)$	Punto en la grafica
-3	$3(-3) - 1 = -10$	$-3 + 5 = 2$	$(-10)(2) = -20$	(-3, -20)
1	$3(1) - 1 = 2$	$1 + 5 = 6$	$(2)(6) = 12$	(1, 12)

Prueba a hacer esto

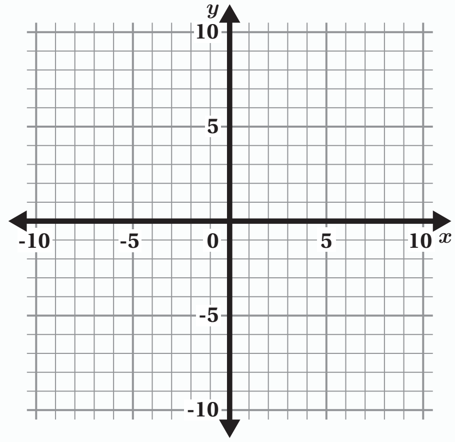
Esta es una función: $p(x) = (x - 3)(x + 3)$.

a Determina tres puntos en la gráfica de $p(x)$.

Usa la tabla si te ayuda con tu razonamiento.

x			

b Dibuja la gráfica de $p(x)$.



Resumen | Lección 9

Las ecuaciones cuadráticas pueden escribirse en muchas formas. Dos de ellas son la **forma estándar** y la **forma factorizada**.

La forma estándar de una ecuación cuadrática tiene un término al cuadrado y puede tener términos lineales y/o constantes sumados o restados.

La forma factorizada de una ecuación cuadrática tiene dos factores multiplicados.

Estos son algunos ejemplos de funciones escritas en distintas formas. En la última columna, $c(x)$ es una función cuadrática escrita en otra forma, y $f(x)$ es una función exponencial.

Forma factorizada	**Forma estándar**	**Ninguna/No cuadrática**
$a(x) = x^2 - 5x + 6$	$b(x) = \frac{1}{2}(x + 1)(x + 5)$	$c(x) = (x + 3)^2 - 1$
$d(x) = 2x^2 + 8x - 10$	$e(x) = (2x - 2)(x + 3)$	$f(x) = 3^x$

Prueba a hacer esto

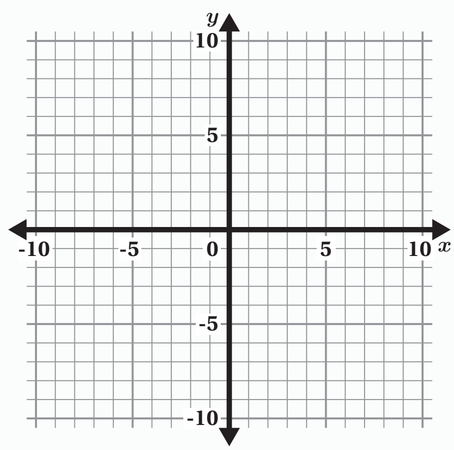
Esta es una función: $h(x) = x^2 - x + 2$.

a Completa la tabla para $h(x)$.

x	$h(x)$

b ¿Influyó la forma de la ecuación en los puntos que elegiste?
Explica tu razonamiento.

c Dibuja la gráfica de $h(x)$.



Las diferentes formas de las ecuaciones cuadráticas nos ayudan a ver diferentes características clave de una parábola.

En una ecuación cuadrática de forma estándar, la intersección con el eje y es el término constante de la ecuación.

En una ecuación cuadrática factorizada, las intersecciones con x son los valores que hacen que cada factor sea igual a 0.

Este es un ejemplo de la misma función escrita en forma estándar y factorizada. Podemos usar las diferentes formas para determinar las características clave y representar gráficamente la parábola.

Forma estándar

$f(x) = 2x^2 - 4x - 6$

$f(x) = 2x^2 - 4x \boxed{-6}$

La intersección con el eje y está en $(0, -6)$.

Forma factorizada

$f(x) = (2x + 2)(x - 3)$

x	$(2x + 2)$	$(x - 3)$	$(2x + 2)(x - 3)$
-1	$2(-1) + 2 = 0$	$(-1) - 3 = -4$	$(0)(-4) = 0$
3	$2(3) + 2 = 8$	$(3) - 3 = 0$	$(8)(0) = 0$

Las intersecciones con el eje x están en $(-1, 0)$ y $(3, 0)$.

Prueba a hacer esto

Esta es la misma función cuadrática escrita en dos formas.

Forma estándar	Forma factorizada
$f(x) = 2x^2 + 8x - 10$	$f(x) = (2x - 2)(x + 5)$

a Determina las intersecciones con el eje x de la función.

b Determina la intersección con el eje y de la función.

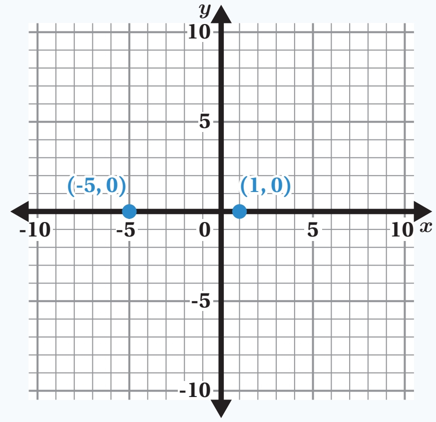
Podemos utilizar las características clave de una función cuadrática para crear gráficas.

Aquí hay un ejemplo. Determina las intersecciones con x y el vértice de la función $f(x) = (x + 5)(x - 1)$.

Las intersecciones con x de la gráfica son los valores de x que hacen que cada factor sea igual a 0.

x	$(x + 5)$	$(x - 1)$	$(x + 5)(x - 1)$
-5	$(-5) + 5 = 0$	$(-5) - 1 = -6$	$(0)(-6) = 0$
1	$(1) + 5 = 6$	$(1) - 1 = 0$	$(6)(0) = 0$

Las intersecciones con x están en $(-5, 0)$ y $(1, 0)$.



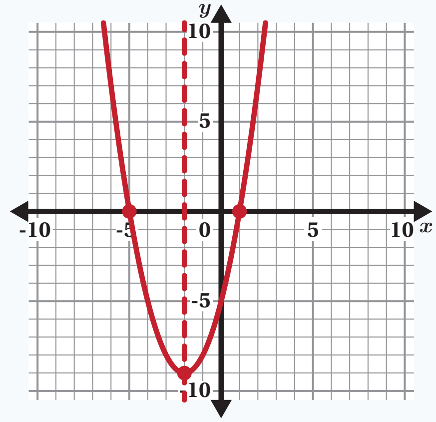
El vértice está siempre a mitad camino entre las dos intersecciones con x.

El valor de x del vértice es -2 porque -2 está exactamente en el medio de las dos intersecciones con x.

Introducimos $x = -2$ en la ecuación para determinar el valor de y.

x	$(x + 5)$	$(x - 1)$	$(x + 5)(x - 1)$
-2	$(-2) + 5 = 3$	$(-2) - 1 = -3$	$(3)(-3) = -9$

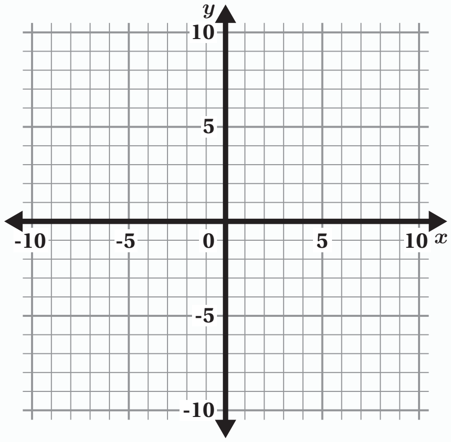
El vértice está en el punto $(-2, 9)$.



Prueba a hacer esto

Dibuja la gráfica de la función $k(x) = (4x - 4)(x - 3)$.

Incluye las intersecciones con x y el vértice.



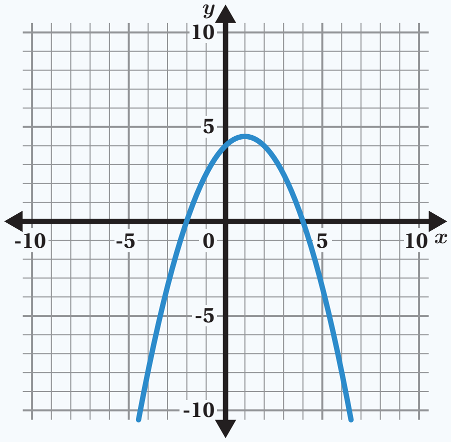
Resumen | Lección 12

Podemos escribir ecuaciones cuadráticas que correspondan a gráficas y características clave. Una manera de hacerlo es en la forma $y = a(x - m)(x - n)$.

- Usa las intersecciones con x para escribir los *factores* de la ecuación.
- Si la parábola es cóncava hacia abajo, haz que el valor de a sea negativo.
- Ajusta el valor de a para que coincida con la posición vertical del vértice y la intersección con el eje y.

Esta es una estrategia de ejemplo para escribir una ecuación que coincida con esta gráfica.

- Las intersecciones con x son $(-2, 0)$ y $(4, 0)$. Puedes escribir los factores como $y = (x + 2)(x - 4)$.
- Como la parábola es cóncava hacia abajo, multiplica por un número negativo, como $y = -(x + 2)(x - 4)$.
- Ajusta el valor de a para lograr que la posición vertical del vértice coincida con la gráfica, como $y = -\frac{1}{2}(x + 2)(x - 4)$.

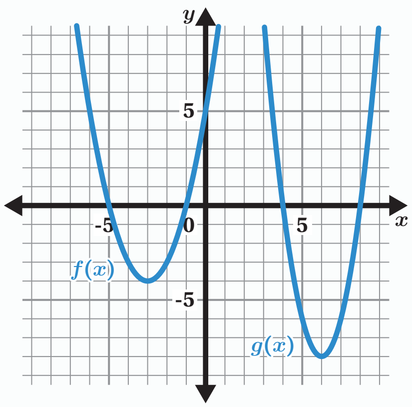


Prueba a hacer esto

Escribe una ecuación cuadrática que corresponda a cada gráfica.

$f(x) =$

$g(x) =$



Puedes utilizar funciones cuadráticas para conocer la cantidad de dinero obtenida por la venta de un artículo, también denominada *ingresos*. Podemos suponer que si un artículo es más caro, lo comprará menos gente.

Este es un ejemplo de venta de libros.

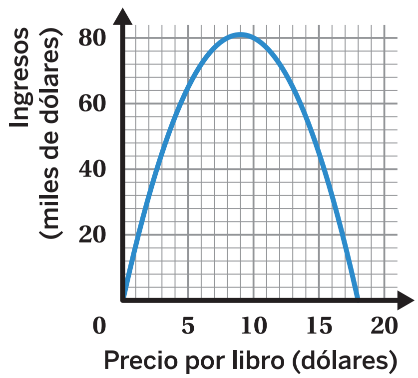
Ecuación

$r(x) = x(18 - x)$

x es el precio por libro en dólares.

$r(x)$ son los ingresos en miles de dólares.

Gráfica



Tabla

Precio por libro (dólares)	Número de clientes (miles)	Ingresos (miles de dólares)
0	18	0
1	17	17
3	15	45
5	13	65
10	8	80

En el vértice de la gráfica se puede ver que la venta de libros por \$9 maximizará los ingresos.

Puedes utilizar la ecuación para determinar los ingresos máximos evaluando $r(x)$ cuando $x = 9$.

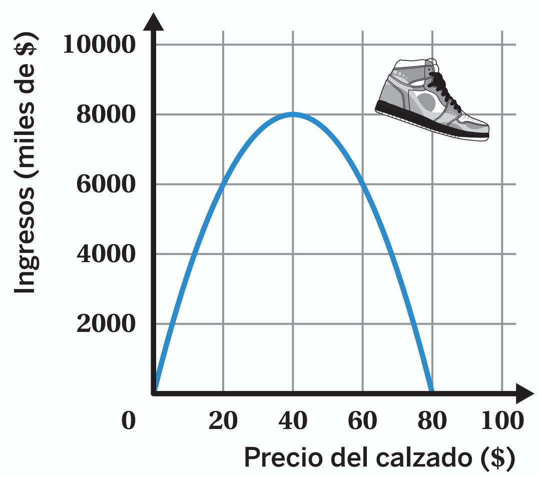
$r(x) = x(18 - x)$

$r(9) = 9(18 - 9)$

$r(9) = 81$ Así que los ingresos máximos serán de $\$81{,}000$.

Prueba a hacer esto

Esta es una gráfica que modela la relación entre los ingresos y el precio de un calzado nuevo en la compañía de calzados Lace Up.



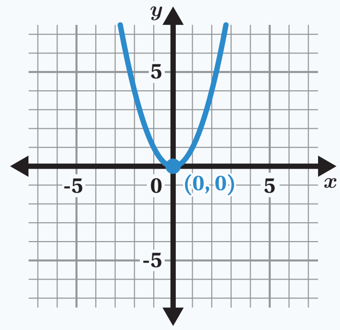
a Según el modelo, ¿cuáles son los ingresos máximos previstos para el calzado de Lace Up?

b La compañía de calzados Peak Sneaks utiliza el modelo de ingresos $r(s) = s(20000 - 200s)$, donde $r(s)$ representa los ingresos previstos y s representa el precio del calzado. ¿Qué compañía obtendría más ingresos vendiendo su calzado a \$60?

Explica tu razonamiento.

Resumen | Lección 14

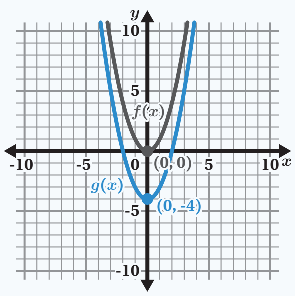
Esta es la gráfica de $f(x) = x^2$.



Las funciones pueden trasladarse de forma horizontal y vertical.

Estos son tres ejemplos de *traslaciones* de $f(x)$. Las ecuaciones de estas traslaciones se escriben en **forma de vértice**, lo que resalta las coordenadas del vértice en la ecuación.

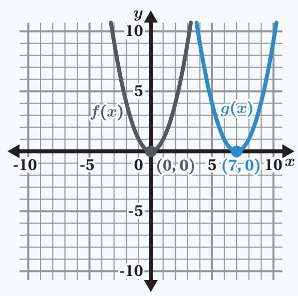
Traslaciones verticales



$f(x)$ se traslada 4 unidades hacia abajo.

Su ecuación es $g(x) = x^2 - 4$.

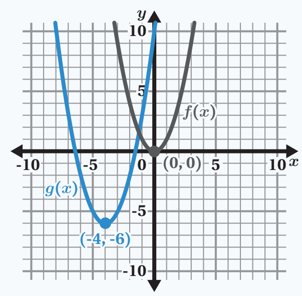
Traslaciones horizontales



$f(x)$ se traslada 7 unidades a la derecha.

Su ecuación es $h(x) = (x - 7)^2$.

Traslaciones verticales y horizontales



$f(x)$ se traslada 4 unidades a la izquierda y 6 unidades hacia abajo.

Su ecuación es $j(x) = (x + 4)^2 - 6$.

Prueba a hacer esto

Describe las traslaciones de cada función desde $f(x) = x^2$.

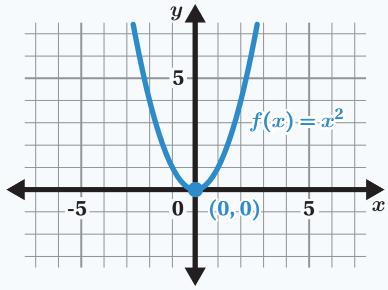
a $g(x) = (x + 1)^2$

b $h(x) = x^2 + 2$

c $j(x) = (x + 3)^2 - 5$

Resumen | Lección 15

Las funciones cuadráticas como $f(x) = a(x - h)^2 + k$ están escritas en forma de vértice, donde (h, k) es el vértice de la parábola y a muestra el **estiramiento/contracción vertical**.

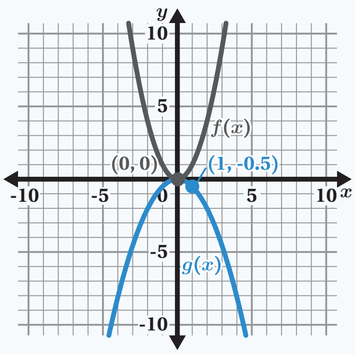


El valor de a:

- Multiplica cada salida de la función por un valor constante.
- Identifica la cantidad de estiramiento o contracción vertical en la dirección y.
- Indica si una parábola es cóncava hacia arriba o cóncava hacia abajo.

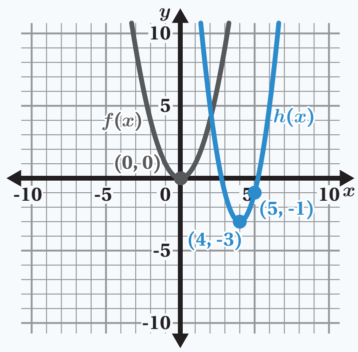
Veamos algunos ejemplos de funciones cuadráticas con un estiramiento/contracción vertical:

Estiramiento/contracción vertical



Aquí $f(x)$ se contrajo verticalmente con un factor de $-\frac{1}{2}$ para obtener $g(x) = -\frac{1}{2}x^2$. Esto hizo la parábola más ancha y cóncava hacia abajo.

Estiramiento/contracción vertical y traslaciones



Aquí $f(x)$ se estiró verticalmente con un factor de 2 y se trasladó 4 unidades a la derecha y 3 unidades hacia abajo para obtener $h(x) = 2(x - 4)^2 - 3$.

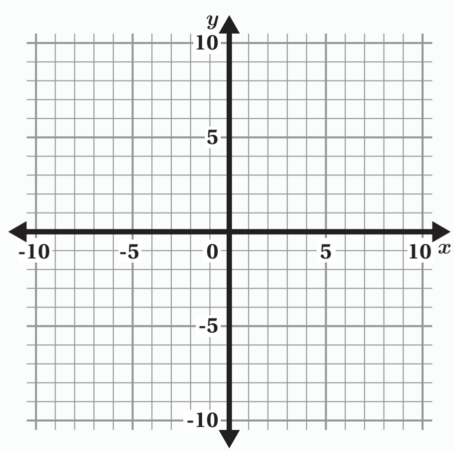
Prueba a hacer esto

Esta es una función: $f(x) = -3(x + 2)^2 + 5$.

a Determine el vértice de $f(x)$.

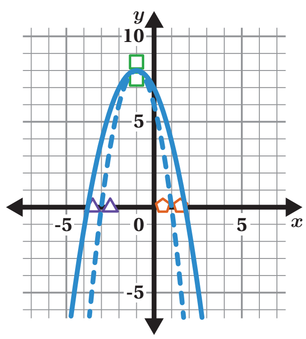
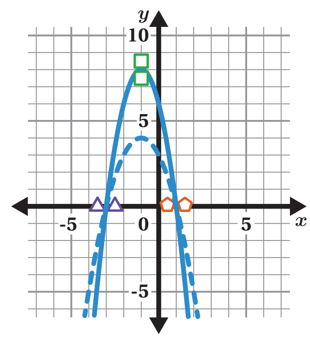
b Determina el estiramiento/contracción vertical de $f(x)$.

c Dibuja la gráfica de $f(x)$.



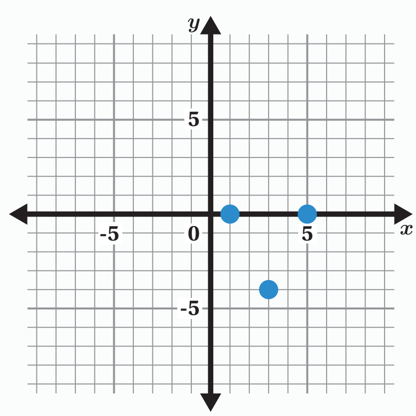
Puedes utilizar características clave para escribir funciones cuadráticas en forma estándar, factorizada o de vértice.

Aquí tienes dos estrategias para utilizar características clave con el fin de escribir la ecuación de una parábola que pase por estas entradas:

Forma de vértice: $f(x) = a(x - h)^2 + k$	Forma factorizada: $f(x) = a(x - b)(x - c)$
Identifica un vértice posible: (-1, 8) $f(x) = a(x + 1) + 8$  Como la parábola es cóncava hacia abajo, el valor de a tiene que ser negativo. Entonces puedo ajustar el valor para estirar o contraer verticalmente la parábola y que coincida con la intersección con x. $f(x) = -2(x + 1) + 8$	Identifica las posibles intersecciones con x: (-3, 0) y (1, 0) Introduce los valores de x de las intersecciones con el eje x en b y c: $f(x) = a(x + 3)(x - 1)$  Como la parábola es cóncava hacia abajo, el valor de a tiene que ser negativo. Entonces puedo ajustar el valor para estirar o contraer verticalmente la parábola y ajustar la posición vertical del vértice. $f(x) = -2(x + 3)(x - 1)$

Prueba a hacer esto

Escribe ecuaciones en cada forma para describir una parábola que pasa por estos puntos.



Forma factorizada:

Forma de vértice:

Resumen | Lección 17

Podemos utilizar ecuaciones cuadráticas, tablas y gráficas para interpretar situaciones de la sociedad. Estos modelos matemáticos pueden ayudar a fundamentar las decisiones que tomamos sobre cuestiones del mundo real.

Hoy exploramos dos modelos que representan el costo de la vivienda. Una organización comunitaria podría utilizar estos modelos para determinar un precio de alquiler más justo.

Prueba a hacer esto

Una tienda de cupcakes creó el modelo $r(x) = x(200 - 20x)$, donde x es el precio de un cupcake y $r(x)$ son los ingresos previstos.

a Determina un precio justo para un cupcake. Explica tu razonamiento.

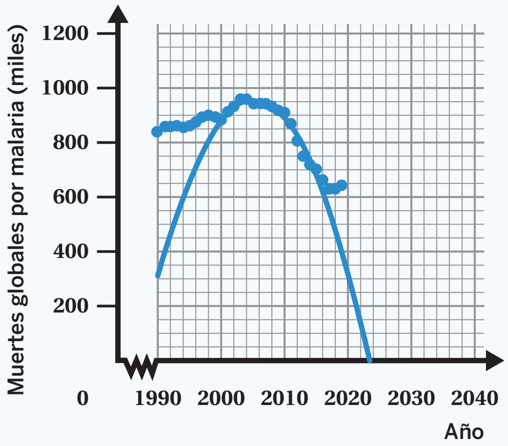
b Describe al menos una desventaja de este modelo de cupcake.

Se pueden utilizar distintos tipos de funciones para modelar datos y ayudarnos a predecir valores de datos desconocidos. Aunque los modelos pueden ser útiles, también tienen limitaciones. Algunos modelos sólo pueden ser útiles para predecir valores desconocidos dentro de un *dominio* específico.

Veamos dos funciones cuadráticas que podrían modelar los datos del número de muertes mundiales por malaria, medidas en miles, desde 1990.

Modelo A

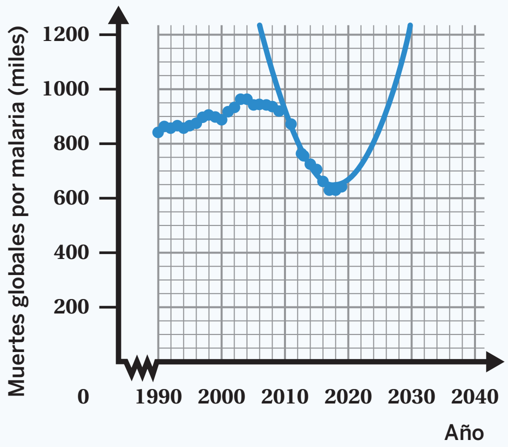
$f(x) = -2.802(x - 28)^2 + 954$



Este modelo se ajusta bien a los datos del intervalo 2000-2016. Más allá de 2016, este modelo puede no ser útil porque sugiere que las muertes mundiales por malaria llegarán a cero en 2024, lo que no es cierto.

Modelo B

$f(x) = 4.253(x - 15)2 + 954$



Este modelo se ajusta bien a los datos del intervalo 2010-2020. Más allá del 2020, este modelo puede no ser útil porque sugiere que las muertes mundiales por malaria seguirán aumentando para siempre, lo que puede no ser cierto.

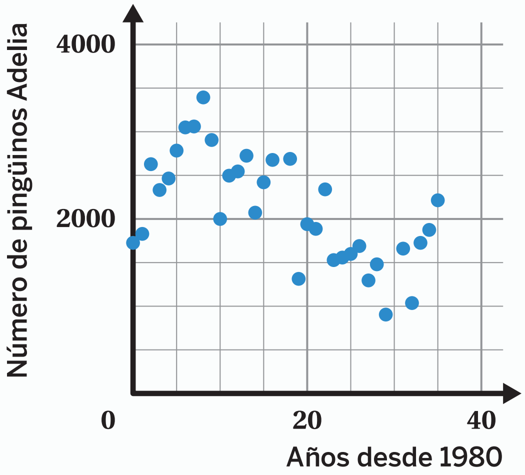
Prueba a hacer esto

Esta gráfica muestra cómo ha cambiado la población de pingüinos Adelia en las Islas Orcadas del Sur a lo largo del tiempo.

a Grafica una función cuadrática que sería útil para modelar parte o todos estos datos.

b ¿Piensas que tu modelo es útil para hacer una predicción sobre la población de pingüinos Adelia en el 2030 (50 años desde 1980)?

Explica tu razonamiento.



Lección 1

a *Las respuestas pueden variar.* El patrón forma un cuadrado en el centro rodeado de 1 baldosa en cada una de las tres esquinas. El cuadrado en cada paso tiene una longitud de lado de s. La longitud de lado del cuadrado aumenta en 1 en cada paso.

b 103 baldosas

Lección 2

a Sí. *Las explicaciones pueden variar.* El patrón contiene un cuadrado en el centro cuya longitud de lado aumenta en 1 en cada paso.

b $s^2 + 3$ (o equivalente)

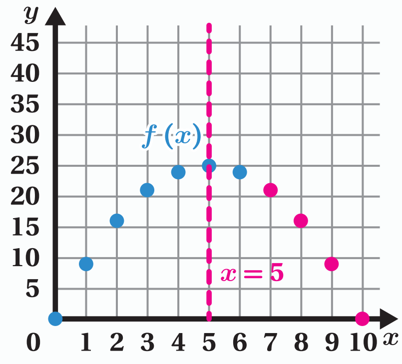
Lección 3

a Cuadrática. *Las explicaciones pueden variar.*
- Hay una segunda diferencia constante de 4.
- Cada figura está formada por un cuadrado de s por s más s baldosas.
- Las relaciones cuadráticas implican elevar un número al cuadrado.

b $s^2 + s$ (o equivalente)

Lección 4

a



b La gráfica muestra un ejemplo. *Las explicaciones pueden variar.* Usé el eje de simetría para trazar cuatro puntos más en la parábola.

Lección 5

a 46 pies

b Antes de los 4 segundos. *Las explicaciones pueden variar.* La segunda diferencia en la tabla es 32. Esto significa que entre los 3 y 4 segundos, la pelota caería 112 pies. Como la pelota está a 46 pies a los 3 segundos, una caída de 112 pies entre los segundos 3 y 4 significaría que la pelota llegaría al suelo antes de los 4 segundos.

Tiempo (s)	Altura (ft)
0	190
1	174
2	126
3	46
4	-66

16, 48, 80, 112

32, 32, 32

Lección 6

a *Las respuestas pueden variar.* La parábola es cóncava hacia abajo con un vértice en $(1, 9)$. Este vértice es un máximo. El eje de simetría es $x = 1$. La intersección con el eje y está en $(0, 8)$. Las intersecciones con el eje x son $(-2, 0)$ y $(4, 0)$.

b *Las respuestas pueden variar.* La parábola es cóncava hacia arriba con un vértice en $(-1, -4)$. Este vértice es un mínimo. El eje de simetría es $x = -1$. La intersección con el eje y está en $(0, -3)$. Las intersecciones con el eje x son $(-3, 0)$ y $(1, 0)$.

Lección 7

a Intersección con el eje y

Intersección con el eje x

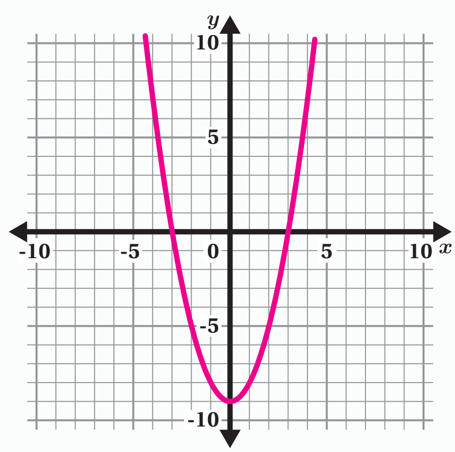
c
b La altura máxima que alcanza el globo es de 30 pies.

Lección 8

a *Las respuestas pueden variar.*

x	$(x-3)$	$(x+3)$	$(x-3)(x+3)$
-3	-6	0	0
0	-3	3	-9
2	-1	5	-5

b



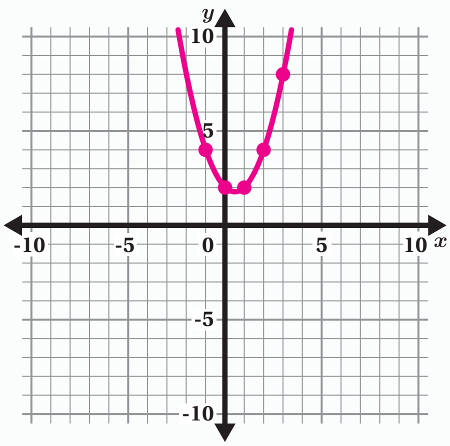
Lección 9

a *Las respuestas pueden variar.*

x	$h(x)$
-3	14
-1	4
0	2
1	2
3	8

b *Las respuestas pueden variar.* La ecuación está escrita en forma estándar. Era importante elegir valores de x positivos y negativos para intentar capturar toda la forma de la parábola. Elegir 0 como entrada me permitió hallar la intersección con el eje y de la gráfica.

c

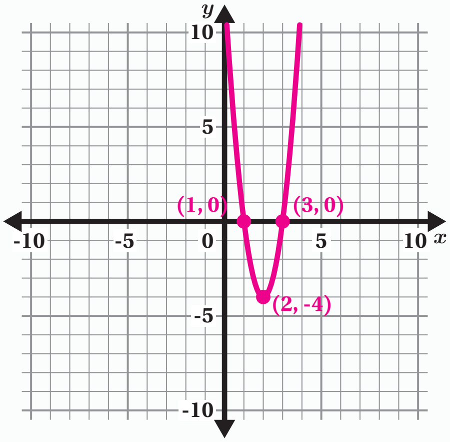


Lección 10

a (-5, 0) y (1, 0)

b (0, -10)

Lección 11



Lección 12

a. $f(x) = (x + 5)(x + 1)$ (o equivalente)

b. $g(x) = 2(x - 4)(x - 8)$ (o equivalente)

Lección 13

a. $8,000,000

b. Compañía de calzados Lace Up. *Las explicaciones pueden variar.* A un precio de $60, la compañía de calzados Lace Up generaría ingresos por $6,000,000, mientras que Peak Sneaks solo generaría ingresos por $480,000.

Lección 14

a. $g(x)$ se trasladó 1 unidad a la izquierda.

b. $h(x)$ se trasladó 2 unidades hacia arriba.

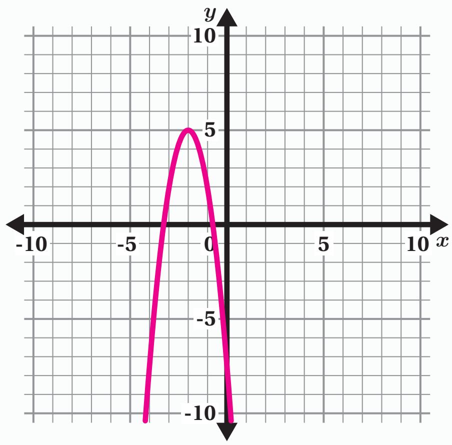
c. $j(x)$ se trasladó 3 unidades a la izquierda y 5 unidades hacia abajo.

Lección 15

a. (-2, 5)

b. El estiramiento vertical es -3.

c.



Lección 16

Forma factorizada: $f(x) = (x - 1)(x - 5)$

Forma de vértice: $f(x) = (x - 3)^2 - 4$

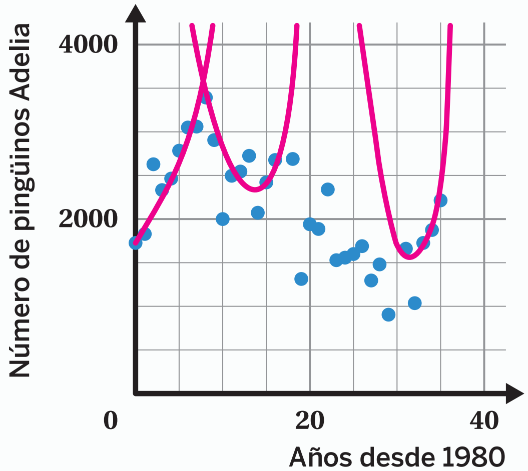
Lección 17

a *Las respuestas pueden variar.* $5 es el precio que generaría más ingresos, pero podría tener sentido cobrar menos para que más gente pueda comprar los cupcakes.

b *Las respuestas pueden variar.* Este modelo no tiene en cuenta otros factores que pueden afectar los ingresos de los cupcakes, como la ubicación de las tiendas y las tendencias de alimentación. El modelo parte de la base de que todos los cupcakes tienen el mismo precio y no tiene en cuenta los paquetes de cupcakes.

Lección 18

a *Las respuestas pueden variar.* La gráfica muestra ejemplos.



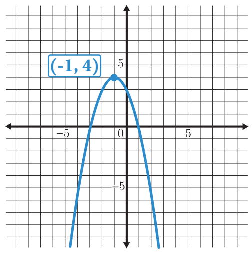
b No. *Las explicaciones pueden variar.* Es poco probable que los datos mantengan la misma tendencia cuadrática durante más de 5 años.

Algebra 1 Unit 7 Glossary/Álgebra 1 Unidad 7 Glosario

C

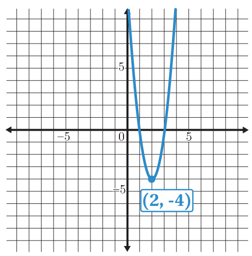
English

concave down
A parabola that opens downward is described as concave down. A function with a negative a-value will produce a concave down parabola.



This parabola is concave down. Two ways to write the equation are $f(x) = \text{-}1(x + 1)^2 + 4$ and $f(x) = \text{-}x^2 - 2x + 3$.

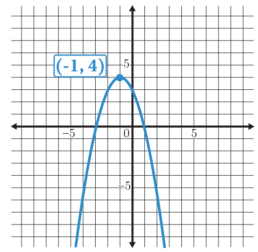
concave up
A parabola that opens upward is described as concave up. A function with a positive a-value will produce a concave up parabola.



This parabola is concave up. Two ways to write the equation are $f(x) = 4(x - 2)^2 - 4$ and $f(x) = 4x^2 - 16x + 12$.

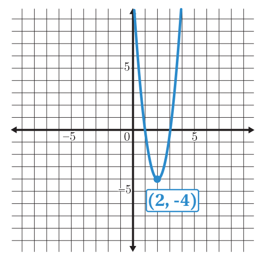
Español

cóncava hacia abajo
Una parábola que se abre hacia abajo se describe como cóncava hacia abajo. Una función con un valor a negativo producirá una parábola cóncava hacia abajo.



Esta parábola es cóncava hacia abajo. Dos formas de escribir la ecuación son $f(x) = \text{-}1(x + 1)^2 + 4$ y $f(x) = \text{-}x^2 - 2x + 3$.

cóncava hacia arriba
Una parábola que se abre hacia arriba se describe como cóncava hacia arriba. Una función con un valor a positivo producirá una parábola cóncava hacia arriba.



Esta parábola es cóncava hacia arriba. Dos formas de escribir la ecuación son $f(x) = 4(x - 2)^2 - 4$ y $f(x) = 4x^2 - 16x + 12$.

F

English

factored form One of three common forms of a quadratic equation. A quadratic equation in factored form looks like: $f(x) = a(x - m)(x - n)$.

These equations are in factored form:
$g(x) = x(x + 10)$
$2(x - 1)(x + 3) = y$
$y = (5x + 2)(3x - 1)$

Español

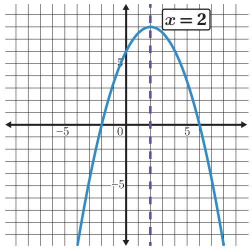
forma factorizada Una de las tres formas comunes de una ecuación cuadrática. Una ecuación cuadrática en forma factorizada tiene el siguiente orden: $f(x) = a(x - m)(x - n)$.

Estas ecuaciones están en forma factorizada:
$g(x) = x(x + 10)$
$2(x - 1)(x + 3) = y$
$y = (5x + 2)(3x - 1)$

English | Español

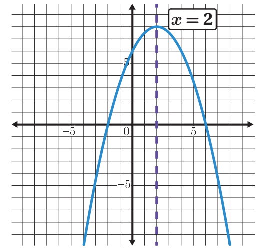
I

line of symmetry A line that divides a figure or the graph of a function into two halves. For every point (except the vertex), there is a corresponding point on the other side of the line that is the same distance from the line.



The equation of this line of symmetry is $x = 2$.

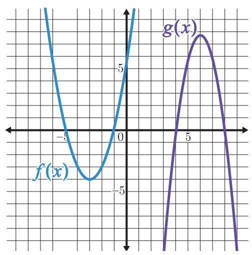
eje de simetría Una línea que divide una figura o la gráfica de una función en dos mitades. Cada punto (excepto el vértice) tiene un punto correspondiente en el otro lado de la línea, el cual está a la misma distancia de la línea.



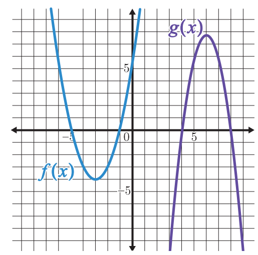
La ecuación de este eje de simetría es $x = 2$.

P

parabola The graph of a quadratic function, which is a U-shaped curve.



parábola La gráfica de una función cuadrática, que es una curva en forma de U.



Q

quadratic function A function with output values that change by a constant second difference. Equations of quadratic functions have a squared term when written in standard form. The graph of a quadratic function is a parabola.

x	f(x)		
1	5		
2	8	+3	
3	14	+6	+3
4	23	+9	+3
5	35	+12	+3

función cuadrática Una función con valores de salida que cambian de acuerdo con una segunda diferencia constante. Las ecuaciones de las funciones cuadráticas tienen un término elevado al cuadrado cuando se escriben en forma estándar. La gráfica de una función cuadrática es una parábola.

x	f(x)		
1	5		
2	8	+3	
3	14	+6	+3
4	23	+9	+3
5	35	+12	+3

quadratic relationship See *quadratic function*.

relación cuadrática Ver *función cuadrática*.

R

revenue The amount of money generated by selling a product or service.

ingresos La cantidad de dinero que genera la venta de un producto o servicio.

Algebra 1 Unit 7 Glossary/Álgebra 1 Unidad 7 Glosario

English

S

second difference The differences between consecutive output values in the table of a function are called first differences. The differences between those values are called second differences. Quadratic functions have constant second differences.

x	f(x)		
1	5		
2	8	+3	
3	14	+6	+3
4	23	+9	+3
5	35	+12	+3

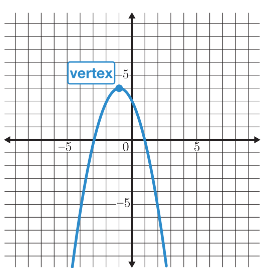
In this example, the first differences are 3, 6, 9, and 12. The second differences are constant at 3, so $f(x)$ is a quadratic function.

standard form (of a quadratic equation) One of three common forms of a quadratic equation. A quadratic equation in standard form looks like: $f(x) = ax^2 + bx + c$.

These equations are in standard form:
$y = 2x^2 + 5x + 3$
$h(x) = x^2 + 3x$
$4x^2 - 7 = f(x)$

V

vertex On the graph of a quadratic or absolute value function, the vertex is the maximum or minimum point. The vertex is also where the function changes from increasing to decreasing, or vice versa.



vertex form One of three common forms of a quadratic equation. A quadratic equation in vertex form looks like: $f(x) = a(x - h)^2 + k$.

These equations are in vertex form:
$(x - 3)^2 + 10 = g(x)$
$y = 2(x + 8)^2 - 1$
$f(x) = -(x - 6)^2 + 15$

Español

S

segunda diferencia Las diferencias entre valores de salida consecutivos en la tabla de una función se llaman primeras diferencias. Las diferencias entre dichos valores se llaman segundas diferencias. Las funciones cuadráticas tienen segundas diferencias constantes.

x	f(x)		
1	5		
2	8	+3	
3	14	+6	+3
4	23	+9	+3
5	35	+12	+3

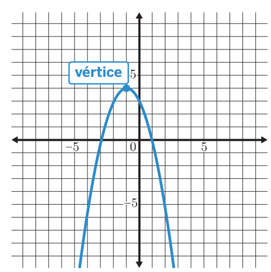
En este ejemplo, las primeras diferencias son 3, 6, 9 y 12. Las segundas diferencias son constantes, de 3, por lo que $f(x)$ es una función cuadrática.

forma estándar (de una ecuación cuadrática) Una de las tres formas comunes de una ecuación cuadrática. Una ecuación cuadrática en forma estándar tiene el siguiente orden: $f(x) = ax^2 + bx + c$.

Estas ecuaciones están en forma estándar:
$y = 2x^2 + 5x + 3$
$h(x) = x^2 + 3x$
$4x^2 - 7 = f(x)$

V

vértice En la gráfica de una función cuadrática o una función de valor absoluto, el vértice es el punto máximo o mínimo. El vértice también es donde la función cambia de creciente a decreciente, o viceversa.



forma de vértice Una de las tres formas comunes de una ecuación cuadrática. Una ecuación cuadrática en forma de vértice tiene el siguiente orden: $f(x) = a(x - h)^2 + k$.

Estas ecuaciones están en forma de vértice:
$(x - 3)^2 + 10 = g(x)$
$y = 2(x + 8)^2 - 1$
$f(x) = -(x - 6)^2 + 15$

English

vertical stretch The result of multiplying the output values of a function by a factor. When a function is vertically stretched, the y-values of its graph move away from or toward the x-axis, but the x-values do not change.

Español

estiramiento vertical El resultado de multiplicar los valores de salida de una función por un factor. Cuando una función tiene estiramiento vertical, los valores y de su gráfica se alejan del eje x o se acercan al eje x, pero los valores x no cambian.