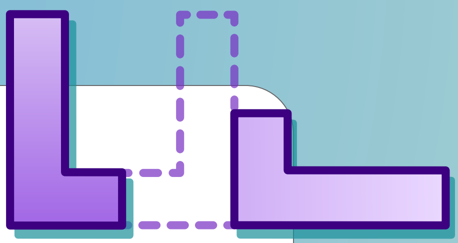
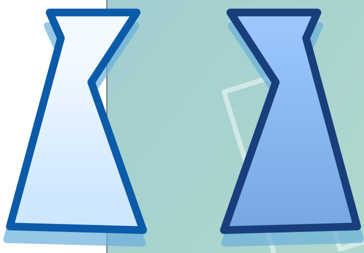


Unidad 1

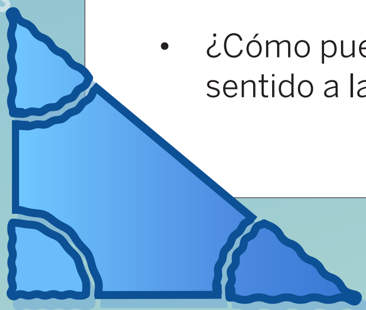
Transformaciones rígidas y congruencia

Si miras a tu alrededor, notarás figuras en el arte, la arquitectura y los objetos cotidianos. Las figuras tienen partes que se pueden medir, como lados y ángulos. ¿Le pasará algo a estas longitudes de lado y medidas de ángulo cuando *deslices*, *voltees* o *vires* estas figuras?



Preguntas esenciales

- ¿Cuáles son las diferentes maneras de transformar una figura?
- ¿Cómo podemos usar las transformaciones rígidas para decidir si dos figuras son congruentes?
- ¿Cómo pueden ayudarnos las transformaciones a dar sentido a las relaciones entre ángulos?



Resumen | Lección 1

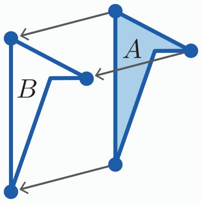
Podemos describir el movimiento de una figura para pasar de una posición a otra de diferentes maneras.

- Una figura puede deslizarse o moverse hacia arriba, abajo, izquierda o derecha.
- Una figura puede girar alrededor del centro o alrededor de otro punto.
- Una figura puede voltearse vertical, horizontal o diagonalmente.

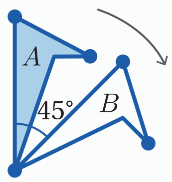
Prueba a hacer esto

Describe cómo la figura A se convirtió en la figura B.

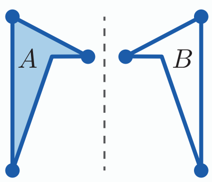
a



b



c



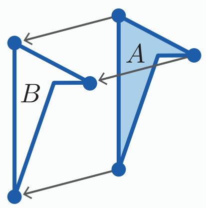
Las transformaciones son acciones que se pueden realizar para cambiar una figura. Se aplican a todos los puntos de la figura. Estos son algunos ejemplos:

- Una **rotación** vira o gira una figura en una nueva dirección.
- Una **reflexión** voltea o refleja una figura sobre una línea moviendo cada punto a un punto directamente en el lado opuesto de la línea.
- Una **traslación** desliza una figura a una nueva ubicación sin girarla.

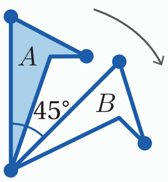
Prueba a hacer esto

Identifica cada transformación como una rotación, reflexión o traslación.

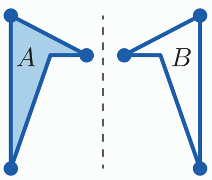
a



b



c

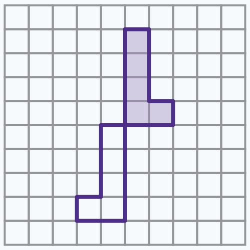


Una **secuencia de transformaciones** es un conjunto de traslaciones, rotaciones o reflexiones que se puede aplicar a una figura. Cada secuencia de transformaciones tiene un orden significativo.

Estos son detalles importantes que considerar al elegir tu secuencia de transformaciones:

- Para las traslaciones, cada punto de la figura se mueve la misma distancia en la misma dirección.
- Para las reflexiones, el nuevo punto estará a la misma distancia de la línea que en la figura original.
- Las rotaciones se realizan alrededor de un punto con un ángulo dado y en una dirección específica.
  La dirección de una rotación puede ser **en el sentido de las manecillas del reloj**, yendo en la misma dirección que las agujas del reloj, o **en sentido contrario a las manecillas del reloj**, yendo en la dirección opuesta a las agujas del reloj.

Se pueden usar diferentes secuencias de transformaciones en una figura y obtener el mismo resultado.

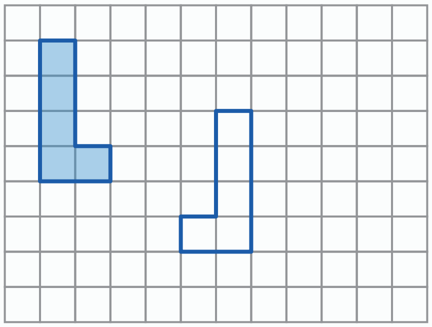


Por ejemplo, estas son dos secuencias de transformaciones que llevan la figura coloreada a la figura no coloreada:

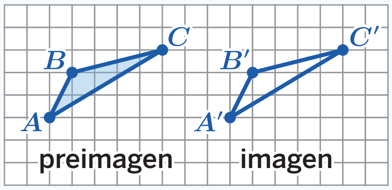
- Secuencia #1: Reflejar sobre el lado más largo y luego trasladar la figura 4 unidades hacia abajo.
- Secuencia #2: Rotar $180°$ en el sentido de las manecillas del reloj alrededor de la esquina inferior izquierda de la figura coloreada, luego reflejar sobre la línea horizontal que divide la altura en dos mitades.

Prueba a hacer esto

Describe una secuencia de transformaciones que mueva la figura coloreada sobre la figura no coloreada.

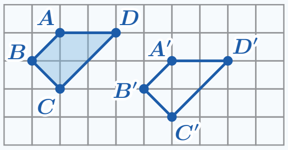


Cuando se transforma una figura, la figura original se llama **preimagen** y la nueva figura se llama **imagen**. Todos los puntos de la imagen **corresponden** a los puntos de la preimagen. Los puntos de la imagen se denominan según el punto de la preimagen al que corresponden. Por ejemplo, el punto A' corresponde al punto A.



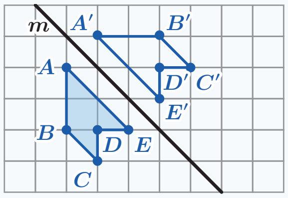
Estos son detalles importantes que te ayudarán a describir las transformaciones:

Traslaciones



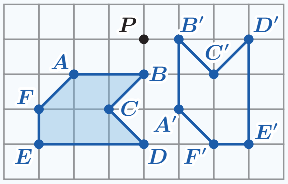
Describir la dirección (arriba o abajo, izquierda o derecha) y el número de unidades. P. ej., la figura $ABCD$ se traslada 4 unidades hacia la derecha y 1 unidad hacia abajo.

Reflexiones



Describir la línea de reflexión. P. ej., la figura $ABCD$ se refleja sobre la línea m.

Rotaciones

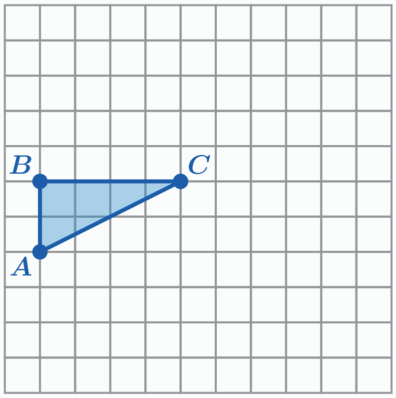


Describir el centro de rotación, el ángulo de rotación y la dirección (en el sentido de las manecillas del reloj o en sentido contrario). P. ej., la figura $ABCDEF$ se rota $90°$ en sentido contrario a las manecillas del reloj alrededor del punto P.

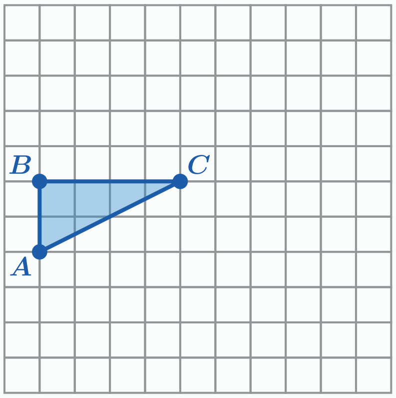
Prueba a hacer esto

Realiza cada traslación y luego denomina los puntos A', B'y C' en la imagen de modo que se correspondan con los puntos A, By C en la preimagen.

a Trasladar el triángulo ABC 4 hacia arriba y 2 unidades hacia la derecha.



b Rotar el triángulo ABC $90°$ en el sentido de las manecillas del reloj, alrededor del punto C.

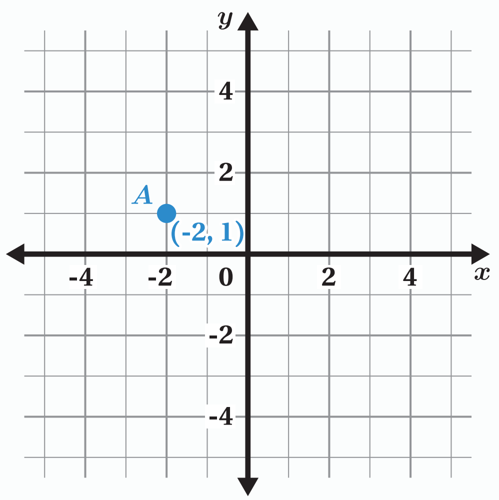


Cuando se comparan las coordenadas de los puntos correspondientes en la imagen y la preimagen, es posible notar patrones en sus valores.

- Cuando se traslada un punto a la izquierda o a la derecha, el valor de la coordenada x cambia.
- Cuando se traslada un punto hacia arriba o hacia abajo, el valor de la coordenada y cambia.
- Cuando se refleja un punto sobre el eje x, el signo de la coordenada y cambia. La coordenada x permanece igual.
- Cuando se refleja un punto sobre el eje y, el signo de la coordenada x cambia. La coordenada y permanece igual.

Prueba a hacer esto

Determina las coordenadas del punto A después de cada transformación.



a Una reflexión del punto A sobre el eje x:

b Una reflexión del punto A sobre el eje y:

c Una traslación del punto A 3 unidades hacia la derecha y 2 unidades hacia abajo:

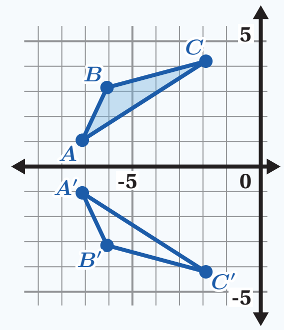
Resumen | Lección 6

Podemos comparar las coordenadas de los puntos correspondientes en una imagen y una preimagen para determinar qué transformaciones se han realizado.

Para los triángulos ABC y $A'B'C'$, el signo de la coordenada y de cada punto cambia pero la coordenada x sigue siendo la misma.

Esto probablemente significa que hubo una reflexión sobre el eje x.

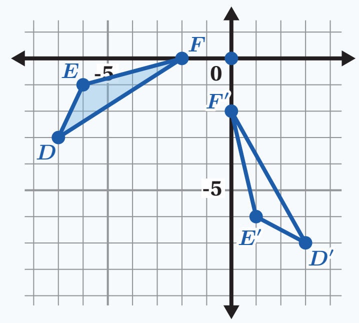
Coordenadas de la preimagen	Coordenadas de la imagen
(-7, 1)	(-7, -1)
(-6, 3)	(-6, -3)
(-2, 4)	(-2, -4)



Para los triángulos DEF y $D'E'F'$, las coordenadas x y y de cada punto cambian de lugar y algunos de los signos cambian.

Esto probablemente significa que hubo una rotación de 90° en sentido contrario a las manecillas del reloj o una rotación de 270° en el sentido de las manecillas del reloj alrededor del *origen*.

Coordenadas de la preimagen	Coordenadas de la imagen
(-2, 0)	(0, -2)
(-6, -1)	(1, -6)
(-7, -3)	(3, -7)

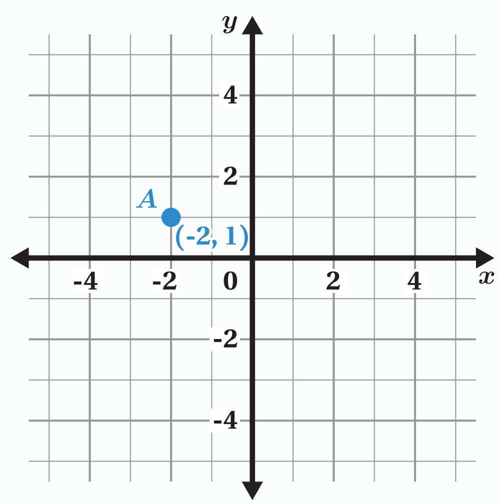


Prueba a hacer esto

Determina las coordenadas del punto A después de cada transformación.

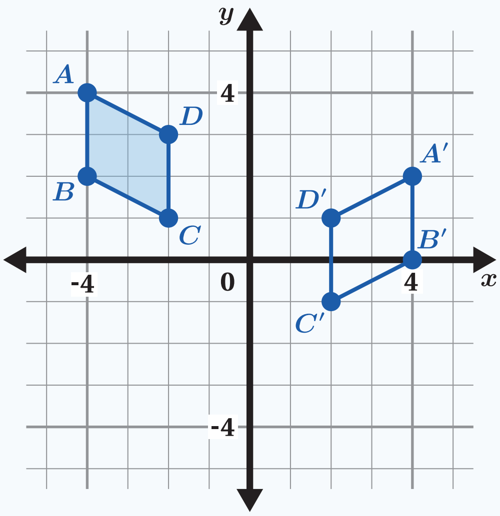
a Una rotación de 180° en el sentido de las manecillas del reloj, alrededor del punto (0, 0):

b Una rotación de 90° en sentido contrario a las manecillas del reloj, alrededor del punto (0, 0):



Las traslaciones, rotaciones y reflexiones son todas ejemplos de **transformaciones rígidas**.

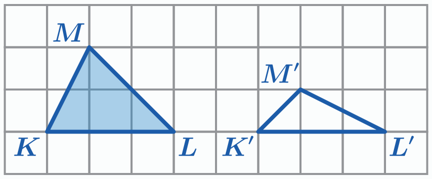
Cuando se transforma una preimagen mediante una transformación rígida, los lados correspondientes tendrán la misma longitud y los ángulos correspondientes tendrán la misma medida. Por ejemplo, la figura $A'B'C'D'$ es la imagen de la figura $ABCD$ después de una reflexión y una traslación. El lado AB tiene la misma longitud que el lado $A'B'$ y el ángulo C tiene la misma medida que el ángulo C'.



Prueba a hacer esto

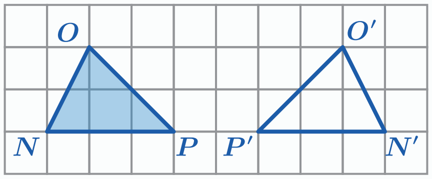
a Explica cómo sabes que el par E *no* muestra una transformación rígida.

Par E (transformación no rígida)



b Explica cómo sabes que el par F *muestra* una transformación rígida.

Par F (transformación rígida)

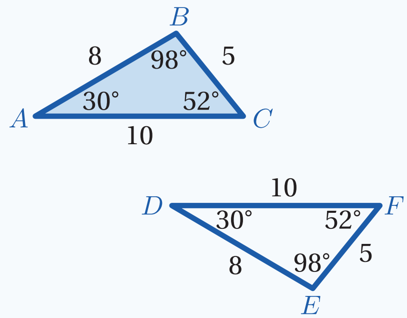


Resumen | Lección 8

Dos figuras son **congruentes** si se puede usar una secuencia de transformaciones rígidas para mover una exactamente encima de la otra.

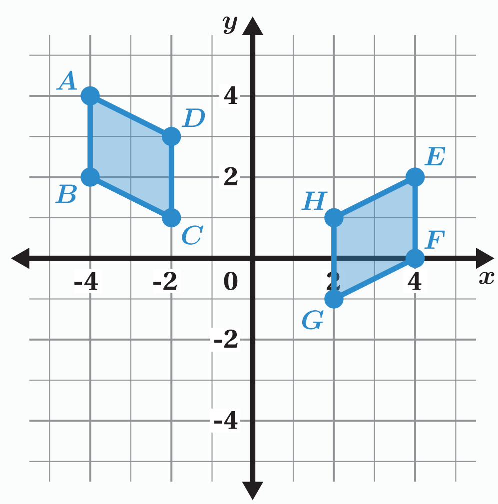
No es necesario comprobar que todas las medidas de los ángulos correspondientes y de las longitudes de los lados sean iguales si se puede demostrar una secuencia de transformaciones rígidas.

Por ejemplo, la figura DEF es congruente con la figura ABC porque se puede reflejar ABC sobre una línea horizontal y trasladarla para que encaje exactamente encima de la figura DEF.



Prueba a hacer esto

¿Son congruentes las figuras $ABCD$ y $EFGH$? Explica tu razonamiento.



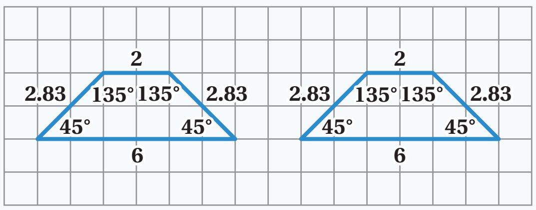
Resumen | Lección 9

Aquí se muestran dos formas de determinar si dos figuras son congruentes:

- Se puede determinar una secuencia de transformaciones para mover una exactamente sobre la otra.
- Se puede determinar que *todos* los lados correspondientes tienen la misma longitud y *todos* los ángulos correspondientes tienen la misma medida.

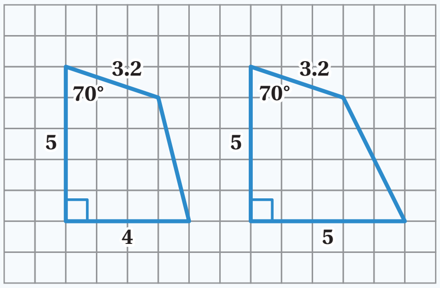
Dos figuras no son congruentes si las longitudes de sus lados correspondientes o las medidas de sus ángulos correspondientes no son iguales, o si tienen diferentes perímetros o áreas.

Congruentes



Estas figuras son congruentes porque todas las longitudes de los lados y las medidas de los ángulos correspondientes son iguales.

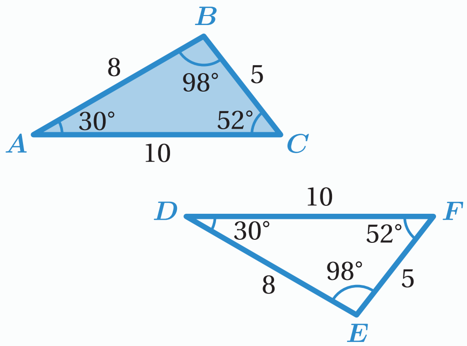
No congruentes

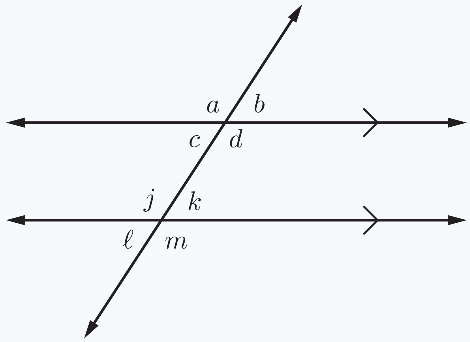


Estas figuras no son congruentes porque *algunas* de las longitudes de los lados y medidas son iguales, pero otras son diferentes.

Prueba a hacer esto

¿Son congruentes los triángulos ABC y DEF? Explica tu razonamiento.





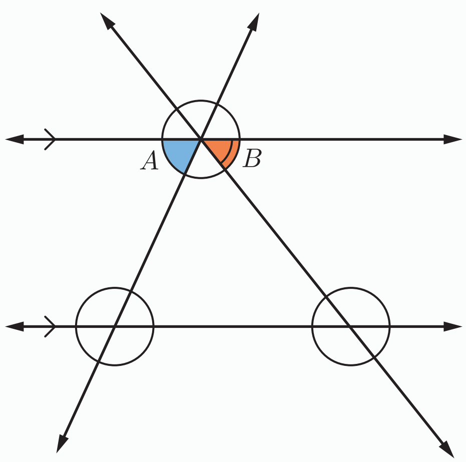
Las transformaciones de rectas pueden ayudar a demostrar qué ángulos de un diagrama son congruentes. Las transformaciones rígidas llevan rectas a rectas y *rectas paralelas* a rectas paralelas.

Podemos usar transformaciones para demostrar que los *ángulos verticales* (ángulos opuestos entre sí cuando dos rectas se intersecan) son congruentes. Por ejemplo, los ángulos verticales a y d son congruentes porque se puede rotar el ángulo a 180 grados alrededor de donde las rectas se intersecan y lo llevará al ángulo d.

Las transformaciones también pueden ser útiles para demostrar qué ángulos son congruentes cuando una **transversal** interseca rectas paralelas. El ángulo b es congruente con el ángulo k porque se puede trasladar el ángulo b a lo largo de la transversal hasta quedar exactamente sobre el ángulo k.

Una transformación rígida lleva rectas a rectas y rectas paralelas a rectas paralelas.

Prueba a hacer esto



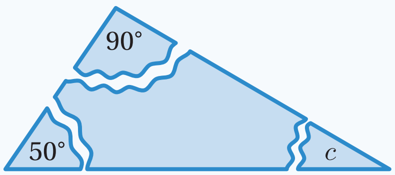
Este es un par de rectas paralelas intersecadas por dos transversales.

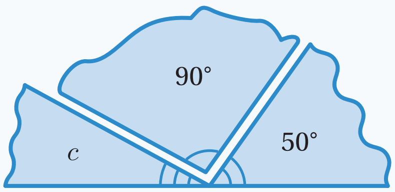
a. Identifica cada ángulo congruente con el ángulo A. Rotula cada uno como A'.

b. Identifica cada ángulo congruente con el ángulo B. Rotula cada uno como B'.

Las medidas de los ángulos interiores de cualquier triángulo siempre suman 180 grados. Podemos probar esto reorganizando los ángulos de cualquier triángulo para formar una línea recta, que mide 180°.

Si conoces las medidas de dos ángulos en un triángulo, puedes determinar el tercer ángulo restando la suma de las medidas de los dos ángulos conocidos a 180°. Este es un ejemplo:

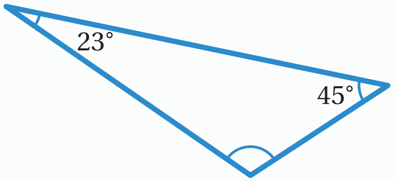




$$c = 180 - 90 - 50$$
$$c = 40$$

Prueba a hacer esto

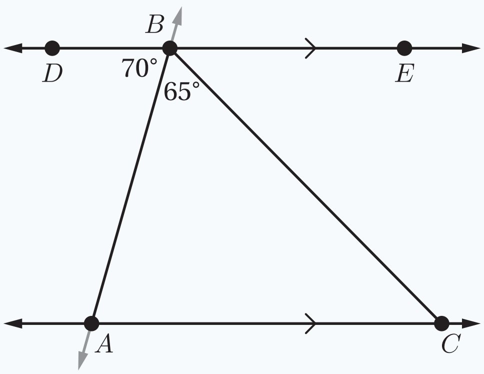
Determina la medida del ángulo que falta en este triángulo.



Existen varias estrategias que se pueden usar para determinar medidas desconocidas de ángulos en un diagrama.

- Usar traslaciones para demostrar que los ángulos correspondientes en rectas paralelas son congruentes.
- Usar rotaciones para demostrar que los ángulos verticales siempre son congruentes.
- Usar el hecho de que la suma de tres ángulos interiores en cualquier triángulo es 180 grados.
- Usar el hecho de que cualquier línea recta tiene un ángulo de 180°.

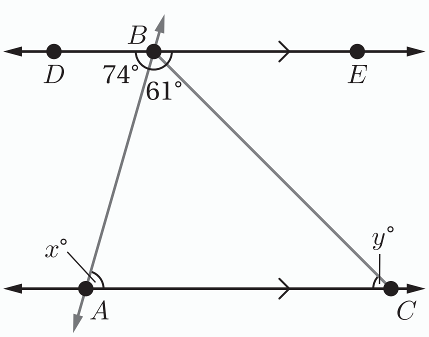
Este es un ejemplo: El ángulo DBA mide 70° y el ángulo ABC mide 65°. Determinemos las medidas de los ángulos restantes.



- La medida de $\angle BAC$ también debe ser 70° porque se puede trasladar y luego rotar $\angle DBA$ 180° para que encaje exactamente sobre $\angle BAC$.
- $\angle EBC$ debe ser 55° porque forma una línea recta con $\angle DBA$ y $\angle ABC$, y $70 + 65 + 55 = 180$.
- $\angle BCA$ también debe ser 55° porque se puede trasladar y rotar $\angle EBC$ para que encaje exactamente sobre él y también porque es parte de un triángulo con ángulos de 70° y 65°.

Prueba a hacer esto

Determina los valores de x y de y.



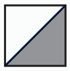
Resumen | Lección 13

Puedes usar transformaciones rígidas para formar interesantes patrones repetitivos de figuras, tales como los **teselados**. Un teselado es cualquier tipo de patrón repetitivo que puede llenar un plano completo sin espacios.

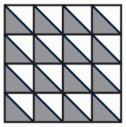
Vemos teselados en muchas creaciones de todo el mundo, pero son especialmente comunes en el arte y arquitectura islámicos. También puedes ver estos patrones geométricos repetidos en pisos, techos, murales e incluso en diseños de ropa.

Prueba a hacer esto

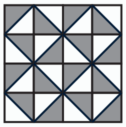
A continuación se presenta un diseño que puede utilizarse para crear un teselado, acompañado de dos ejemplos.



Teselado #1

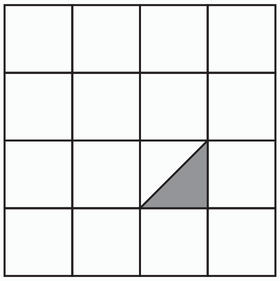


Teselado #2



Haz un teselado añadiendo copias del diseño a la cuadrícula.

Tu teselado



Lección 1

a *Las respuestas pueden variar.* Se deslizó hacia la izquierda y hacia abajo.

b *Las respuestas pueden variar.* Giró alrededor de un punto en la figura.

c *Las respuestas pueden variar.* Se volteó horizontalmente sobre la línea.

Lección 2

a Traslación

b Rotación

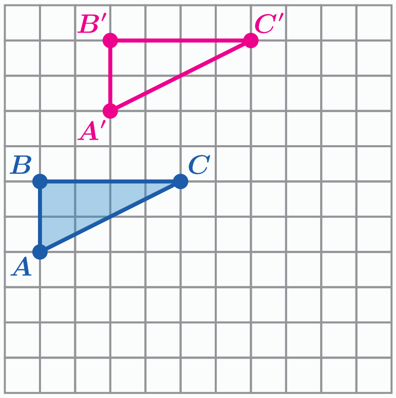
c Reflexión

Lección 3

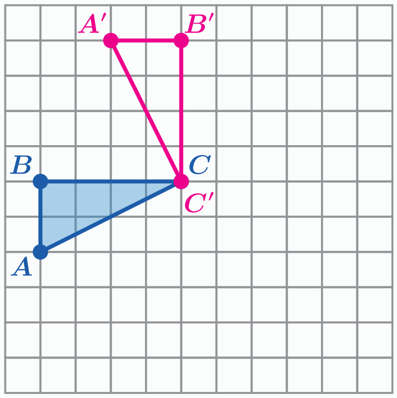
Las respuestas pueden variar. Refleja la figura coloreada sobre el extremo derecho y luego muévela 2 unidades a la derecha y 2 unidades hacia abajo.

Lección 4

a



b



Lección 5

a (-2, -1)

b (2, 1)

c (1, -1)

Lección 6

a (2, -1)

b (-1, -2)

Lección 7

a *Las respuestas pueden variar.* Los ángulos correspondientes M y M' no tienen la misma medida.

b *Las respuestas pueden variar.* Todas las medidas correspondientes de NOP y $N'O'P'$ son iguales.

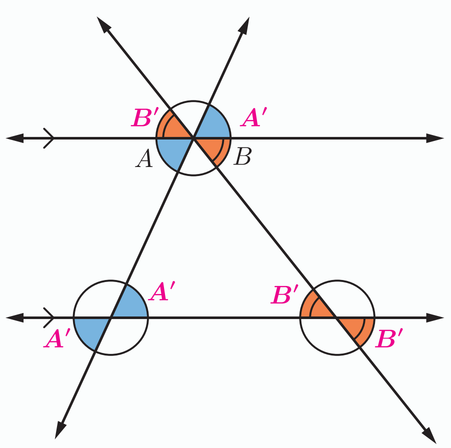
Lección 8

Sí. Las *explicaciones pueden variar*. Si reflejas la figura $ABCD$ sobre el eje y y luego la trasladas 2 unidades hacia abajo, caerá exactamente encima de la figura $EFGH$.

Lección 9

Sí. *Las explicaciones pueden variar*. Puedes reflejar el triángulo ABC sobre una línea horizontal y luego trasladarlo de modo que encaje exactamente sobre el triángulo DEF. Además, los triángulos ABC y DEF tienen las mismas longitudes de lado y medidas de ángulo.

Lección 10



Lección 11

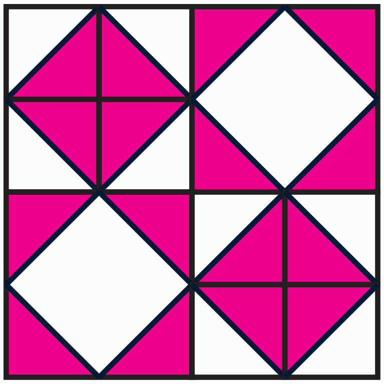
$180 - 23 - 45 = 112°$

Lección 12

$x = 74$ y $y = 45$

Lección 13

Se muestra un ejemplo de teselado.

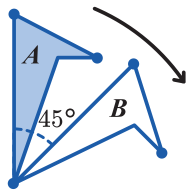


Grade 8 Unit 1 Glossary/8.º grado Unidad 1 Glosario

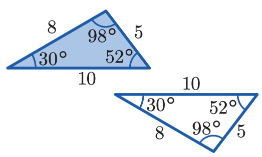
English | **Español**

C

clockwise In the same direction as the hands of a clock; to the right (of a turn).

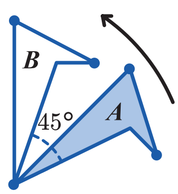


congruent One figure is congruent to another if it can be moved with translations, rotations, and reflections to fit exactly over the other.

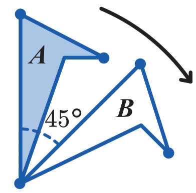


correspond (corresponding parts) To correspond is to match. When part of an original figure matches up with part of a copy, we call them corresponding parts. These could be points, segments, angles, or distances.

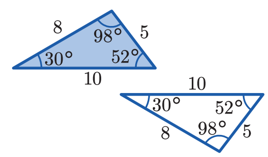
counterclockwise In the opposite direction as the hands of a clock; to the left (of a turn).



en el sentido de las manecillas del reloj Girar en la misma dirección que las manecillas de un reloj. En otras palabras, un giro a la derecha.

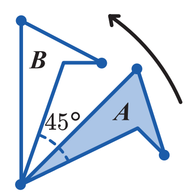


congruente Una figura es congruente con otra si se puede mover por medio de traslaciones, rotaciones y reflexiones de forma tal que coincida exactamente con la otra.



corresponder (partes correspondientes) Corresponder es coincidir. Cuando una parte de una figura original corresponde con una parte de una copia, se llaman partes correspondientes. Pueden ser puntos, segmentos, ángulos o distancias.

en sentido contrario a las manecillas del reloj Girar en la dirección opuesta a las manecillas de un reloj.



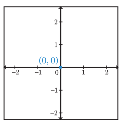
I

image A new figure that is created after a transformation of an original figure (called the pre-image). Every part of the pre-image moves in the same way to match up with a part of the image.

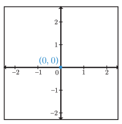
imagen Una nueva figura que se produce después de la transformación de una figura original (denominada preimagen). Todas las partes de la preimagen se mueven de la misma forma para coincidir con cada parte de la imagen.

O

origin The point $(0, 0)$ on the coordinate plane. This is where the x-axis and the y-axis intersect.



origen El punto $(0, 0)$ en el plano de coordenadas. El punto en el que se intersecan el eje x y el eje y.



English	Español

P

parallel lines Lines that never cross or intersect.

pre-image The name of a figure before any transformations are performed.

prime notation Using the prime symbol (′) to name points in an image that correspond to points in the pre-image.

For example, if point A is transformed, the corresponding point would be named A'.

rectas paralelas Rectas que nunca se cruzan o intersecan.

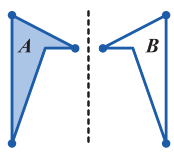
preimagen El nombre de una figura antes de realizar una transformación.

notación prima Uso del signo prima (′) para denominar los puntos de una imagen que corresponden a puntos de la preimagen.

Por ejemplo, si el punto A se transforma, el punto correspondiente se denominaría A'.

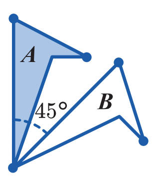
R

reflection A reflection across a line moves every point on a figure to a point directly on the opposite side of the line. The new point is the same distance from the line as it was in the original figure.

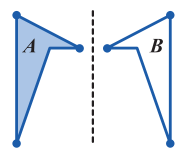


rigid transformation A move that does not change any measurements of a figure. Translations, rotations, and reflections (or any sequence of these) are rigid transformations.

rotation A rotation moves every point on a figure around a center by a given angle in a specific direction.

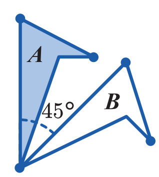


reflexión Una reflexión con respecto a una línea mueve cada punto de una figura a un punto directamente en el lado opuesto de la línea. El nuevo punto está a la misma distancia de la línea que estaba en la figura original.



transformación rígida Un movimiento que no cambia ninguna de las medidas de una figura. Las traslaciones, rotaciones y reflexiones son transformaciones rígidas, así como lo es cualquier secuencia de ellas.

rotación Una rotación mueve cada punto en una figura alrededor de un centro hacia una dirección específica y con un ángulo determinado.



S

sequence of transformations A set of translations, rotations, reflections, and dilations on a figure. The transformations are performed in a given order.

secuencia de transformaciones Un conjunto de traslaciones, rotaciones, reflexiones y dilataciones aplicadas a una figura. Las transformaciones se ejecutan en un determinado orden.

Grade 8 Unit 1 Glossary/8.º grado Unidad 1 Glosario

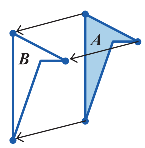
English

T

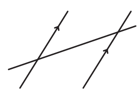
tessellation A repeating pattern that can fill an entire plane without gaps or overlaps.

transformation An action or rule for moving or changing figures on a plane. Transformations include translations, reflections, rotations, and dilations.

translation A translation moves every point in a figure a given distance in a given direction.

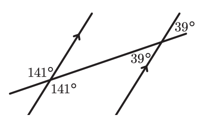


transversal A line that cuts across parallel lines.



V

vertical angles Vertical angles are opposite angles that share the same vertex. They are formed by a pair of intersecting lines. Their angle measures are equal.



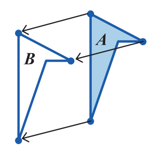
Español

T

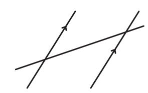
teselado Un patrón que se repite y puede llenar un plano completo sin espacios ni superposiciones.

transformación Una acción o regla para mover o cambiar figuras en un plano. Las transformaciones incluyen traslaciones, reflexiones, rotaciones y dilataciones.

traslación Una traslación mueve cada punto de una figura una determinada distancia en una determinada dirección.



transversal Una recta que cruza rectas paralelas.



V

ángulos verticales Los ángulos verticales son ángulos opuestos que comparten el mismo vértice. Se forman con un par de rectas que se intersecan. Las medidas de sus ángulos son iguales.