Unidad 5

Sistemas de ecuaciones lineales y desigualdades

¿Te has encontrado alguna vez en una situación en la que tenías que lograr dos objetivos a la vez? Los sistemas de ecuaciones y desigualdades son útiles para encontrar un conjunto de valores que cumpla ambas restricciones al mismo tiempo. En esta unidad, explorarás cómo resolver sistemas de ecuaciones y desigualdades utilizando diferentes estrategias. También analizarás la estructura de las ecuaciones de un sistema para decidir qué método de resolución elegir.

Preguntas esenciales

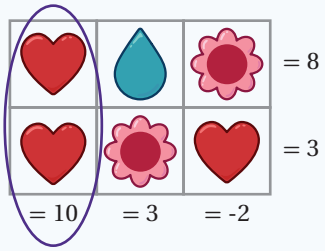
- ¿Cómo puedes resolver sistemas de ecuaciones y desigualdades simbólica y gráficamente?
- ¿Cómo puedes utilizar las estructuras de las ecuaciones, las herramientas disponibles y tus preferencias matemáticas personales para seleccionar estratégicamente un método de resolución?
- ¿Cómo pueden representarse las restricciones mediante sistemas de ecuaciones o desigualdades?

© Amplify Education, Inc and its licensors. Amplify Desmos Math se desarrolló a partir del plan de estudio de Illustrative Mathematics (IM).

Resumen | Lección 1

Hay muchas maneras diferentes de resolver problemas y acertijos utilizando las matemáticas. Veamos algunas estrategias para determinar los valores de las figuras de un acertijo.

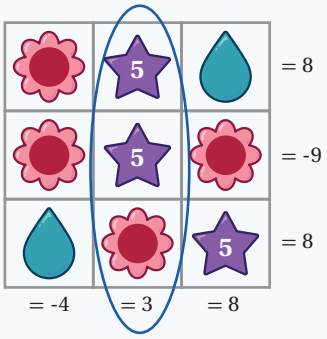
Estrategia 1: Buscar filas/columnas de una sola figura
Si conocemos el valor de dos corazones, podemos determinar el valor de un corazón e introducir ese valor en las otras partes del acertijo.



2( ) = 10

= 5

Estrategia 2: Introducir los valores de figuras conocidas para determinar los valores que faltan
Si conocemos el valor de una estrella, podemos introducir ese valor en otras partes del acertijo.



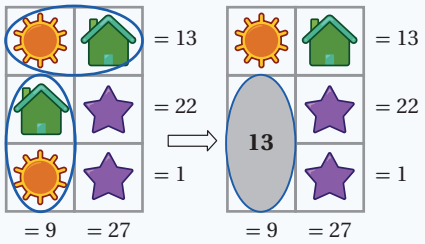
2( ) + = 3

2(5) + = 3

10 + = 3

= -7

Estrategia 3: Buscar patrones de figuras que se repiten
Si conocemos el valor de una combinación de figuras y vemos que se repite en el acertijo, podemos sustituir la combinación de figuras por ese valor.



+ = 13

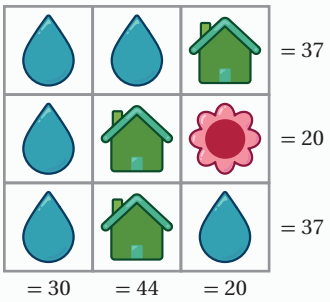
+ (+) = 9

+ 13 = 9

= -4

Prueba a hacer esto

Este es un acertijo de figuras. Se muestra la suma de cada fila y columna.



a Determina la solución de este acertijo.

Figura	Valor
Casa	
Flor	
Gota	

b Describe la estrategia que usaste.

Resumen | Lección 2

Un **sistema de ecuaciones** son dos o más ecuaciones que representan las mismas restricciones utilizando las mismas variables. La **solución de un sistema de ecuaciones** es el par o pares ordenados (x, y) que hacen verdaderas todas las ecuaciones del sistema. Hay muchas soluciones en una ecuación lineal de dos variables, pero puede que sólo haya una (o ninguna) solución en un sistema de ecuaciones lineales de dos variables.

Hay muchas estrategias para determinar el par ordenado que hace que las dos ecuaciones de un sistema sean verdaderas. Una estrategia se llama **eliminación** y consiste en sumar o restar las ecuaciones para producir una nueva ecuación con una sola variable. Veamos algunos ejemplos.

Si las ecuaciones del sistema comparten el mismo *coeficiente* con signos opuestos en la misma variable, puedes eliminar una variable sumando. Puedes resolver este sistema sumando para eliminar la variable y.

$$\begin{array}{r} -2x + y = 9 \\ +(8x - y = 3) \\ \hline 6x + 0 = 12 \\ x = 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -2(2) + y = 9 \\ y = 13 \end{array}$$

Si las ecuaciones del sistema comparten el mismo *coeficiente* con los mismos signos en la misma variable, puedes eliminar una variable restando. Puedes resolver este sistema restando para eliminar la variable x.

$$\begin{array}{r} x + 2y = 30 \\ -(x + y = 23) \\ \hline y = 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x + (7) = 23 \\ x = 16 \end{array}$$

Prueba a hacer esto

Este es un sistema de ecuaciones:

$$p + 3q = 14$$

$$p + 2q = 10$$

a Rodea con un círculo la acción o las acciones que pueden utilizarse para eliminar una variable de este sistema.

Suma Resta Ambas Ninguna

b Determina la solución de este sistema de ecuaciones.

Puede ser útil escribir *ecuaciones equivalentes* cuando se utiliza la eliminación para resolver sistemas de ecuaciones. Puedes crear ecuaciones equivalentes multiplicando cada término de la primera o segunda ecuación por un número. Tu objetivo es acabar con un sistema de ecuaciones en el que una variable tenga coeficientes iguales u *opuestos*, de modo que puedas sumarlos o restarlos para eliminar una variable.

Este es un sistema de ecuaciones:

$$9x - 4y = 2$$
$$3x + y = 10$$

Puedes multiplicar la segunda ecuación por -3 para eliminar las variables x.

$$9x - 4y = 2$$
$$\text{-}3\,(3x + y = 10)$$

$$\begin{array}{r} 9x - 4y = 2 \\ +\quad \text{-}9x - 3y = \text{-}30 \\ \hline 0 - 7y = \text{-}28 \\ \boxed{y = 4} \end{array}$$

$$3x + (4) = 10$$
$$3x = 6$$
$$\boxed{x = 2}$$

O puedes multiplicar la segunda ecuación por 4 para eliminar las variables y.

$$9x - 4y = 2$$
$$4\,(3x + y = 10)$$

$$\begin{array}{r} 9x - 4y = 2 \\ +\ 12x + 4y = 40 \\ \hline 21x + 0 = 42 \\ \boxed{x = 2} \end{array}$$

$$9(2) - 4y = 2$$
$$18 - 4y = 2$$
$$\text{-}4y = \text{-}16$$
$$\boxed{y = 4}$$

Prueba a hacer esto

Resuelve este sistema de ecuaciones de dos formas diferentes.

Sistema de ecuaciones	Estrategia 1	Estrategia 2
$4x + 3y = 3$ $8x + y = 1$		

Una estrategia que puedes utilizar para resolver un sistema de ecuaciones es la **sustitución**, en la que se sustituye una variable por una expresión equivalente. La sustitución es una estrategia útil cuando una variable ya está aislada en una ecuación.

Estos son dos ejemplos de sistemas de ecuaciones en los que la sustitución puede ser una estrategia útil.

En este sistema, las dos variables y ya están aisladas. Podemos usar la expresión $-4x + 6$ para sustituir y en la segunda ecuación.

$$y = -4x + 6$$
$$y = 3x - 15$$

$$y = -4x + 6$$
$$y = 3x - 15$$
$$-4x + 6 = 3x - 15$$
$$-7x = -21$$
$$\boxed{x = 3}$$
$$y = 3(3) - 15$$
$$\boxed{y = -6}$$

En este sistema de ecuaciones, y ya está aislada, por lo que podemos introducir la expresión $2x - 5$ en lugar de y en la primera ecuación.

$$-3x - 2y = 3$$
$$y = 2x - 5$$

$$y = 2x - 5$$
$$-3x - 2y = 3$$
$$-3x - 2(2x - 5) = 3$$
$$-3x - 4x + 10 = 3$$
$$-7x + 10 = 3$$
$$-7x = -7$$
$$\boxed{x = 1}$$
$$y = 2(1) - 5$$
$$\boxed{y = -3}$$

Prueba a hacer esto

a Determina la solución de este sistema de ecuaciones.

$b = 3a - 8$

$2a + b = 2$

b ¿En qué se parece la resolución de sistemas de ecuaciones por sustitución a la resolución por eliminación?

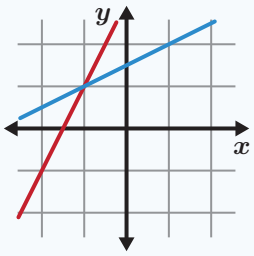
¿En qué se diferencia?

Puedes resolver sistemas de ecuaciones utilizando estrategias como la eliminación, la sustitución o la representación gráfica.

En un plano de coordenadas, puedes ver la solución de un sistema de ecuaciones en el punto o puntos donde se intersecan las dos rectas. Un sistema de ecuaciones lineales puede tener:

Una solución

Las rectas se intersecan en (-2, 2).

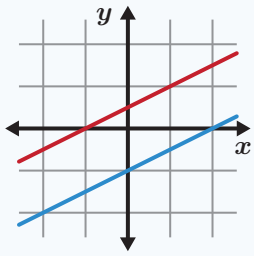


$y = 2x + 6$
$y = \frac{1}{2}x + 3$

Las ecuaciones tienen diferentes *pendientes* e intersecciones con el eje y.

Ninguna solución

Las rectas son *paralelas*.

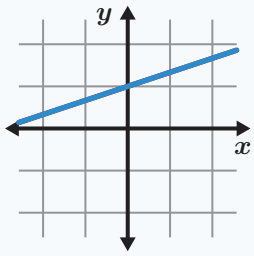


$y = \frac{1}{2}x + 1$
$y = \frac{1}{2}x - 2$

Las ecuaciones tienen la misma pendiente y diferentes intersecciones con el eje y.

Infinitas soluciones

Las rectas son iguales.



$y = \frac{1}{3}x + 2$
$3y - x = 6$

Las ecuaciones son equivalentes.

Prueba a hacer esto

Una ecuación de un sistema es $y = 7x - 12$.

Completa la tabla para crear sistemas con una solución, sin solución e infinitas soluciones.

	Una solución	Ninguna solución	Infinitas soluciones
Sistema	$y = 7x - 12$	$y = 7x - 12$	$y = 7x - 12$ .....

Resumen | Lección 6

Los sistemas de ecuaciones pueden representar las *restricciones* de una situación. Existen diferentes formas de resolver sistemas de ecuaciones para determinar los valores que satisfacen estas restricciones.

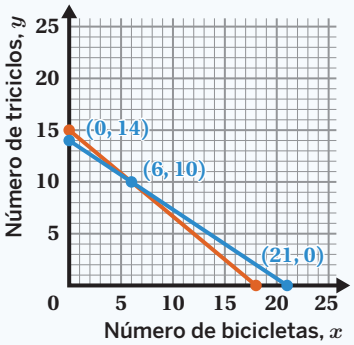
Por ejemplo, una tienda de bicicletas fabrica bicicletas de 2 ruedas y triciclos de 3 ruedas. Esta semana tienen 42 ruedas y material suficiente para fabricar 16 bicicletas en total.

Este es un sistema de ecuaciones sobre esta situación:

$$x + y = 16$$
$$2x + 3y = 42$$

- x es el número de bicicletas
- y es el número de triciclos

Gráficas



El punto de intersección $(6, 10)$ es la solución.

Sustitución

$$x + y = 16$$
$$-y \quad -y$$
$$x = 16 - y$$

$$2x + 3y = 42$$
$$2(16 - y) + 3y = 42$$
$$32 - 2y + 3y = 42$$
$$\boxed{y = 10}$$

$$x = 16 - 10$$
$$\boxed{x = 6}$$

Eliminación

$$-2 \cdot (x + y = 16)$$
$$2x + 3y = 42$$

$$-2x - 2y = -32$$
$$+\ 2x + 3y = 42$$
$$0 + y = 10$$
$$\boxed{y = 10}$$

$$x + (10) = 16$$
$$\boxed{x = 6}$$

En esta situación, la solución $x = 6$ y $y = 10$ significa que la tienda de bicicletas utilizará todas sus ruedas y materiales si fabrica 6 bicicletas y 10 triciclos.

Prueba a hacer esto

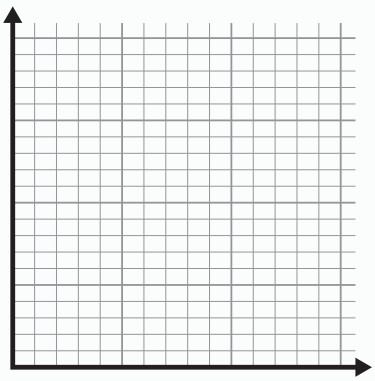
Un nuevo edificio de apartamentos de 50 unidades tiene espacio para 80 plazas de estacionamiento. La ciudad exige 2 plazas de estacionamiento por cada apartamento de varios dormitorios y 1 plaza por cada apartamento de un dormitorio.

Esta situación puede modelarse mediante este sistema de ecuaciones, en el que x representa el número de apartamentos de varios dormitorios y y representa el número de apartamentos de un dormitorio.

$$x + y = 50$$
$$2x + y = 80$$

a Grafica el sistema de ecuaciones.
Incluye una escala para los ejes x y y.

b ¿Qué representa la solución en esta situación?



Resumen | Lección 7

Puedes escribir sistemas de ecuaciones que te ayuden a representar restricciones en situaciones del mundo real.

Estos son algunos aspectos que debes tener en cuenta al escribir un sistema de ecuaciones:

- Identificar las restricciones de la situación.
- Identificar qué representará cada variable.
- Determinar si quieres utilizar la *forma estándar* ($Ax + By = C$) o la *forma pendiente-intersección* ($y = mx + b$) para representar cada restricción.

Veamos un ejemplo. El arquitecto de un edificio de apartamentos tiene espacio suficiente para 50 apartamentos y 80 plazas de estacionamiento. La ciudad exige 2 plazas de estacionamiento por cada apartamento grande y 1 plaza por cada apartamento pequeño.

Restricciones	Variables	Sistema de ecuaciones
• Hay espacio para 50 apartamentos y 80 plazas de estacionamiento. • Cada apartamento grande tiene 2 plazas de estacionamiento y cada apartamento pequeño tiene 1 plaza de estacionamiento.	x representa el número de apartamentos grandes. y representa el número de apartamentos pequeños.	$x + y = 50$ $2x + y = 80$

Prueba a hacer esto

El club de tejido vendió 40 bufandas y gorros en un festival de invierno y ganó $\$700$. Cada bufanda cuesta $\$18$ y cada gorro $\$14$.

a Si s representa el número de bufandas vendidas y h representa el número de gorros vendidos, ¿qué sistema de ecuaciones representa las restricciones en esta situación?

A. $40s + h = 700$
$18s + 14h = 700$

B. $18s + 14h = 40$
$s + h = 700$

C. $s + h = 40$
$18s + 14h = 700$

D. $40(s + h) = 700$
$18s = 14h$

b Resuelve el sistema de ecuaciones que elegiste.

c Describe lo que significa la solución en esta situación.

Resumen | Lección 8

Puedes resolver sistemas de ecuaciones simbólicamente utilizando la sustitución o la eliminación. Buscar estructuras específicas en las ecuaciones puede ayudarte a decidir qué estrategia utilizar.

- Puede ser útil utilizar la sustitución cuando al menos una de las ecuaciones tiene una variable aislada o al menos una está en *forma pendiente-intersección*.
- Puede ser útil utilizar la eliminación cuando ambas ecuaciones tienen la misma forma o si las ecuaciones tienen un par de términos iguales u opuestos.

Al resolver simbólicamente un sistema de ecuaciones, a veces se eliminan todas las variables.

Ninguna solución

Cuando el resultado es un enunciado falso *no hay soluciones* del sistema de ecuaciones. Esto significa que las rectas son paralelas y nunca se intersecarán.

$$y = 3x + 6 \qquad y = 3x - 6$$

$$3x + 6 = 3x - 6$$
$$3x + 12 = 3x$$
$$12 = 0$$

Infinitas soluciones

Cuando el resultado es un enunciado verdadero hay *infinitas soluciones* del sistema de ecuaciones. Las ecuaciones son equivalentes y representan la misma recta.

$$2 \bullet (2x + 4y = 6)$$
$$-4x - 8y = -12$$

$$\begin{array}{r} 4x + 8y = 12 \\ + \ -4x - 8y = -12 \\ \hline 0 + 0 = 0 \end{array}$$
$$0 = 0$$

Prueba a hacer esto

Estos son tres sistemas de ecuaciones.

a Encierra en un círculo la estrategia que utilizarías para resolver cada sistema de ecuaciones.

$y = 3x - 10$ $2x - 3y = 16$	$y = 4x - 10$ $y = x + 2$	$9x + y = 25$ $3x + 2y = 5$
Eliminación	Eliminación	Eliminación
Sustitución	Sustitución	Sustitución
Ambas	Ambas	Ambas
Ninguna	Ninguna	Ninguna

b Selecciona un sistema y resuélvelo utilizando la estrategia que hayas elegido.

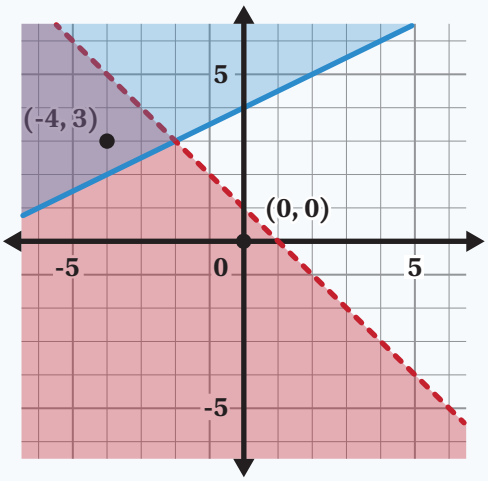
Un **sistema de desigualdades** es un sistema de dos o más desigualdades que representan las *restricciones* sobre un conjunto compartido de variables.

Puedes utilizar distintas estrategias para determinar si un punto es una solución de un sistema de desigualdades.

- Si el punto está en la región sombreada de ambas desigualdades, entonces es una solución del sistema.
- Si los valores de x e y del punto se introducen en ambas desigualdades y las desigualdades son verdaderas, entonces el punto es una solución del sistema.

Esta es una gráfica para este sistema de desigualdades.

$$x + y < 1$$
$$y \geq \frac{1}{2}x + 4$$



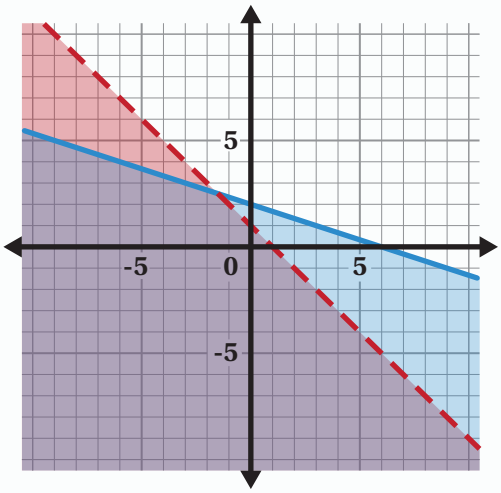
Puedes ver que el punto (-4, 3) es una solución porque está en la región sombreada de ambas desigualdades.

También puedes introducir puntos en ambas desigualdades para determinar si son soluciones. (0, 0) no es una solución y (-4, 3) sí lo es.

Prueba a hacer esto

Esta gráfica representa este sistema de desigualdades:

$$x + 3y < 6$$
$$x + y < 1$$



a ¿Es el punto (1, 0) una solución del sistema?

b Selecciona un punto que *no* represente una solución y demuestra que no es una solución.

Las **soluciones de un sistema de desigualdades** son todos los puntos que hacen que ambas desigualdades sean verdaderas. Las soluciones pueden verse en la región en la que se superponen las gráficas, denominada **región solución**.

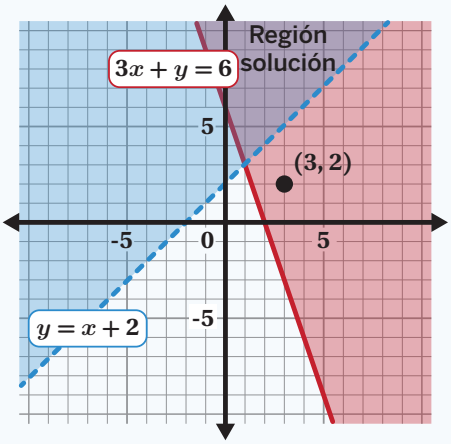
Una estrategia para determinar la ubicación de la región solución consiste en probar un punto. Elige un punto que no esté en ninguna de las dos *rectas límite*, sustituye los valores x y y en cada desigualdad para ver si hace que el enunciado sea verdadero y sombrea cada región en función de los resultados de la prueba.

Veamos un ejemplo de este sistema de desigualdades:

$$3x + y \geq 6$$
$$y > x + 2$$

Puedes probar el punto (3, 2) como ayuda para determinar la región solución.

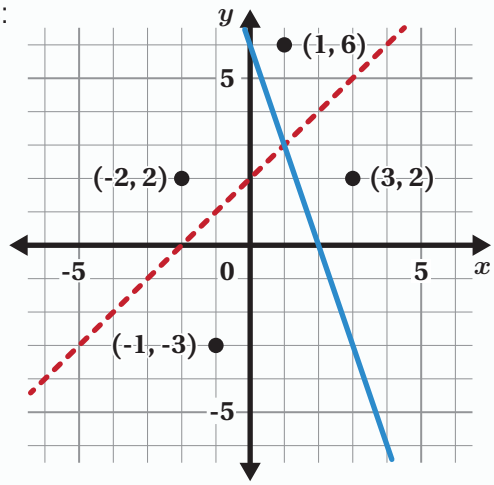
Recta continua	Recta discontinua
$3x + y \geq 6$	$y > x + 2$
$3(3) + 2 \geq 6$	$0 > 3 + 2$
$11 \geq 6$	$0 > 5$
Verdadera ✓	Falsa ✗
Sombrea el lado de la recta continua que incluye **(3, 2)**	Sombrea el lado de la recta discontinua que no incluye **(3, 2)**



Prueba a hacer esto

Esta es una gráfica de este sistema de desigualdades:

$$3x + y \geq 6$$
$$y > x + 2$$



a Determina si cada punto es una solución del sistema. Encierra una opción en un círculo: Sí o No

(-2, 2)	Sí	No
(1, 6)	Sí	No
(3, 2)	Sí	No
(-1, -3)	Sí	No

b Sombrea la región solución en la gráfica.

Resumen | Lección 11

Puedes graficar un sistema de desigualdades lineales graficando la recta límite de cada desigualdad y probando un punto para determinar qué lado de las rectas límite sombrear.

Puedes utilizar diferentes estrategias como ayuda para representar gráficamente las rectas límite de las desigualdades.

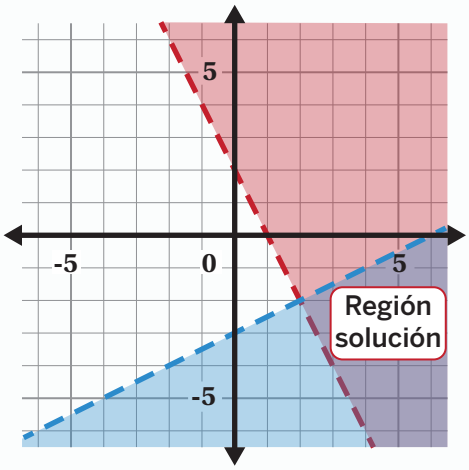
- Una estrategia para graficar rectas límite escritas en *forma pendiente-intersección* ($y = mx + b$) es graficar la intersección con el eje y y usar la pendiente para determinar otros puntos.
- Una estrategia para representar gráficamente rectas límite escritas en *forma estándar* ($Ax + By = C$) consiste en trazar y conectar las intersecciones con el eje x y el eje y.

Si una desigualdad utiliza un símbolo $\leq$ o $\geq$, entonces la recta límite es continua y está incluida en la región solución. Si una desigualdad utiliza un símbolo $<$ o $>$, entonces la recta límite es discontinua y no forma parte de la región solución.

También puedes escribir un sistema de desigualdades lineales a partir de una gráfica. Utiliza las rectas límite y los puntos de prueba como ayuda para determinar los símbolos de desigualdad. Además, puedes utilizar puntos de prueba para comprobar la precisión de tu sistema de desigualdades.

Prueba a hacer esto

Esta es una gráfica de un sistema de desigualdades.



a Escribe el sistema de desigualdades que podría representar esta gráfica.

b Explica cómo decidiste qué símbolos de desigualdad utilizar.

Los sistemas de desigualdades pueden ayudarte a resolver problemas relacionados con *restricciones* del mundo real.

Este es un ejemplo de una tienda de jugos.

Una tienda de jugos tiene 144 onzas de jugo de naranja para poner en envases de 12 y 16 onzas. Ganan \$2.50 por cada envase de 12 onzas y \$4.50 por cada envase de 16 onzas. Tienen que ganar más de \$33.50 con el jugo.

Puedes escribir y representar gráficamente un sistema de desigualdades para representar estas restricciones.

Sea x el número de envases de 12 onzas e y el número de envases de 16 onzas.

$$12x + 16y \leq 144$$

$$2.50x + 4.50y > 33.50$$

Puedes representar gráficamente cada recta límite y utilizar el punto de prueba (2, 7) para ayudar a determinar la región solución.

Recta continua

$$12x + 16y \leq 144$$

$$12(2) + 16(7) \leq 144$$

$$136 \leq 144$$

Verdadera ✓

Sombrea el lado de la recta continua que incluye (2, 7)

Recta discontinua

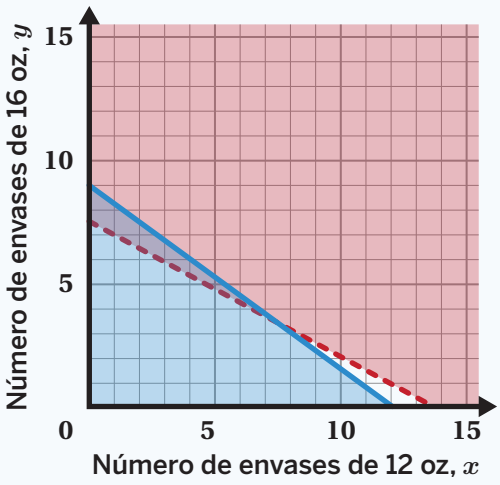
$$2.50x + 4.50y > 33.50$$

$$2.50(2) + 4.50(7) > 33.50$$

$$36.50 > 33.50$$

Verdadera ✓

Sombrea el lado de la recta continua que incluye (2, 7)



Puedes utilizar la gráfica como ayuda para determinar algunas combinaciones posibles de envases de jugo de 12 y 16 onzas que cumplan las restricciones. Por ejemplo:

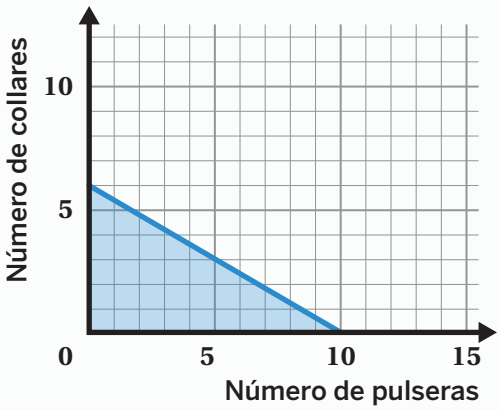
- Cero envases de 12 onzas de jugo y ocho envases de 16 onzas de jugo
- Cero envases de 12 onzas de jugo y nueve envases de 16 onzas de jugo
- Un envase de 12 onzas de jugo y ocho envases de 16 onzas de jugo

Prueba a hacer esto

Natalia quiere comprar pulseras y collares para regalar a sus amigas. Cada pulsera, b, cuesta \$3 y cada collar, n, cuesta \$5. Puede gastar no más de \$30 y necesita al menos 7 regalos.

Esta gráfica muestra una de las desigualdades que representan las restricciones en esta situación:

$$3b + 5n \leq 30$$



a Escribe la segunda desigualdad que representa las restricciones en esta situación.

b Grafica la desigualdad que escribiste.

c Utiliza la gráfica para determinar dos posibles combinaciones de pulseras y collares que cumplan las restricciones.

Lección 1

a Casa $= 17$, Flor $= -7$, Gota $= 10$

b *Las respuestas pueden variar.*

- Calcula primero el valor de las gotas porque la primera columna es solo gotas y tiene un total de 30. Si 3 gotas son 30, entonces una gota es 10.
- Sustituye la gota por su valor, 10, para hallar el valor de la casa en la primera fila.
- Introduce el valor de la gota, 10 y el valor de la casa, 17, para hallar el valor de la flor.

Lección 2

a Resta

b $p = 2, q = 4$

Explicación:

$$\begin{array}{r} p + 3q = 14 \\ -(p + 2q = 10) \\ \hline q = 4 \end{array}$$

Resta la segunda ecuación de la primera para eliminar p.

$$\begin{array}{r} p + 2(4) = 10 \\ p + 8 = 10 \\ -8 \quad -8 \\ p = 2 \end{array}$$

Después de hallar el valor de q, introduce ese valor en la ecuación $p + 2q = 10$ para determinar el valor de p.

Lección 3

$x = 0, y = 1$

Explicación:

Estrategia 1

$4x + 3y = 3 \Rightarrow -2(4x + 3y = 3)$
$8x + y = 1$

Multiplica la primera ecuación por -2 para eliminar x y determinar el valor de y.

$$\begin{array}{r} -8x - 6y = -6 \\ 8x + y = 1 \\ \hline -5y = -5 \\ y = 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8x + (1) = 1 \\ -1 \quad -1 \\ \hline 8x = 0 \\ x = 0 \end{array}$$

Introduce 1 en lugar de y para determinar el valor de x.

Estrategia 2

$4x + 3y = 3$
$8x + y = 1 \Rightarrow -3(8x + y = 1)$

Multiplica la segunda ecuación por -3 para eliminar y y determinar el valor de x.

$$\begin{array}{r} 4x + 3y = 3 \\ -24x - 3y = -3 \\ \hline -20x \quad = 0 \\ x \quad = 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4(0) + y = 1 \\ y = 1 \end{array}$$

Introduce 0 en lugar de x para determinar el valor de y.

Lección 4

a $a = 2, b = -2$

Explicación:

$$\begin{aligned} 2a + (3a - 8) &= 2 \\ 5a - 8 &= 2 \\ +8 &\quad +8 \\ 5a &= 10 \\ a &= 2 \end{aligned}$$

Introduce la expresión $(3a - 8)$ en lugar de b en la ecuación $2a + b = 2$ y luego determina el valor de a.

$$\begin{aligned} b &= 3(2) - 8 \\ b &= 6 - 8 \\ b &= -2 \end{aligned}$$

Luego introduce el valor 2 en lugar de a y determina el valor de b.

b *Las respuestas pueden variar.*

- Ambas estrategias consisten en sustituir una variable por un valor para determinar el valor de la otra.
- Ambas estrategias conducen a la creación de nuevas ecuaciones.
- La estrategia de eliminación consiste en sumar o restar ecuaciones.
- La estrategia de sustitución es útil cuando una variable ya está aislada en una o ambas ecuaciones.

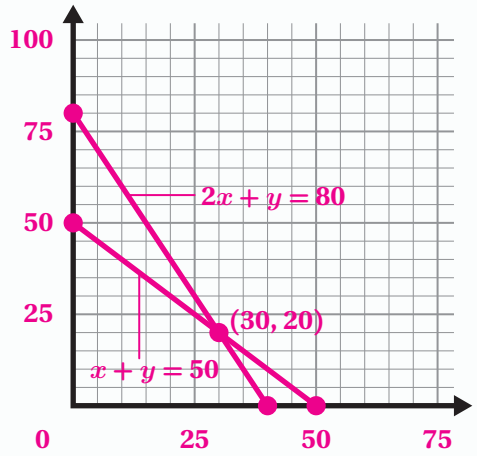
Lección 5

Las respuestas pueden variar. Se muestra un ejemplo en la tabla.

	Una solución	Ninguna solución	Infinitas soluciones
Ecuación	$y = 7x - 12$ $y = x - 4$ [Cualquier ecuación de la forma $y = mx + b$ en la que el coeficiente de x no sea 7 es correcta].	$y = 7x - 12$ $y = 7x - 1$ [Cualquier ecuación de la forma $y = mx + b$ en la que el coeficiente de x sea 7 y la constante no sea -12 es correcta].	$y = 7x - 12$ $2y = 14x - 24$ [Cualquier ecuación equivalente a $y = 7x - 12$ es correcta].

Lección 6

a



b (30, 20) representa que la ciudad construye 30 apartamentos de varios dormitorios y 20 apartamentos de un dormitorio.

Lección 7

a C. $s + h = 40$
$18s + 14h = 700$

b $s = 35$, $h = 5$.

Explicación:

$s + h = 40 \Rightarrow -14(s + h = 40)$

$18s + 14h = 700$

Multiplica la primera ecuación por -14 para eliminar la h y determinar el valor de s.

Introduce 35 en lugar de s y determina el valor de h.

$$\begin{aligned} -14s - 14h &= -560 \\ 18s + 14h &= 700 \\ \hline 4s \quad &= 140 \\ s \quad &= 35 \\ (35) + h \quad &= 40 \\ -35 \quad &= -35 \\ \hline h &= 5 \end{aligned}$$

c El club de tejido vendió 35 bufandas y 5 gorros.

Lección 8

a

$y = 3x - 10$ $2x - 3y = 16$	$y = 4x - 10$ $y = x + 2$	$9x + y = 25$ $3x + 2y = 5$
Eliminación	Eliminación	Eliminación
Sustitución	Sustitución	Sustitución
Ambas	Ambas	Ambas
Ninguna	Ninguna	Ninguna

b

$y = 3x - 10$ $2x - 3y = 16$	$y = 4x - 10$ $y = x + 2$	$9x + y = 25$ $3x + 2y = 5$
(2, -4)	(4, 6)	(3, -2)

Lección 9

a No.

Explicación: El punto $(1, 0)$ está en una recta límite discontinua, lo que significa que no está incluido en la región solución.

b *Las respuestas pueden variar.*

$(-5, 5)$

$(-5) + 3(5) < 6$

$-5 + 15 < 6$

$10 < 6$ *Explicación: Esto no es verdadero, por lo que $(-5, 5)$ no es una solución.*

Lección 10

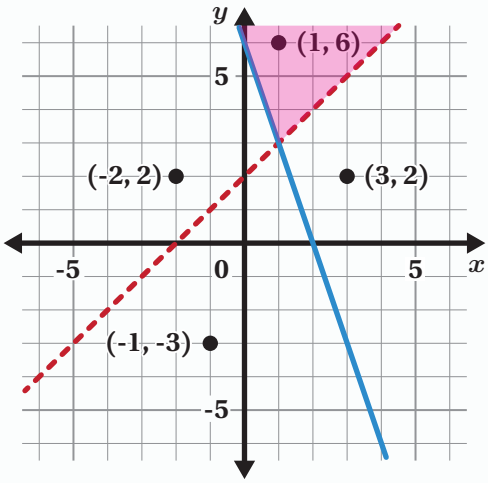
a (-2, 2): No

(1, 6): Sí

(3, 2): No

(-1, -3): No

b



Lección 11

a $y > -2x + 2$ (o equivalente)

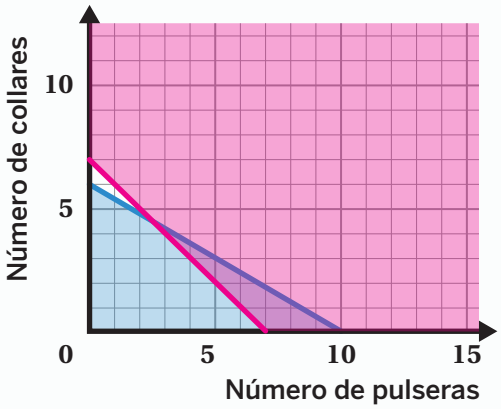
$y < \frac{1}{2}x - 3$ (o equivalente)

b *Las respuestas pueden variar.* Las rectas límite son discontinuas, lo que significa que los símbolos de desigualdad sólo pueden ser menor que (<) o mayor que (>).

Lección 12

a $b + n \geq 7$

b



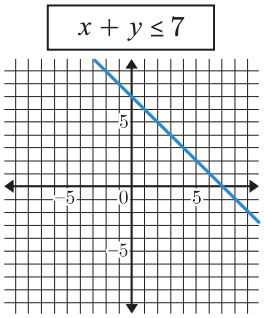
c *Las respuestas pueden variar.* 6 pulseras y 2 collares, 7 pulseras y 1 collar.

Algebra 1 Unit 5 Glossary/Álgebra 1 Unidad 5 Glosario

English

B

boundary line
The line that separates the solution region of a linear inequality from non-solutions.
A linear inequality (e.g., $y < 2x + 5$) has a boundary line that is represented symbolically by the corresponding equation (e.g., $y = 2x + 5$). A solid boundary line indicates that these points are included in the solution set (e.g., $y \leq x$). A dashed boundary line indicates that they are not (e.g., $y < x$).



The solution region to $x + y \leq 7$ has a boundary line at $x + y = 7$. The line is solid because the points on the line $x + y = 7$ are included in the solution region.

C

coefficient A number that is multiplied by a variable. Usually, there is no symbol between the coefficient and the variable.

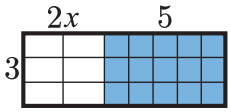
In the expression $5x + 8$, 5 is the coefficient of x.

constraint A limitation on the possible values of variables in a model. Equations and inequalities are often used to represent constraints.

The constraint that "you must be 36 inches or taller to ride the Ferris wheel" can be represented by the inequality $h \geq 36$.

D

distributive property
Multiplying a number by the sum of two or more terms is equal to multiplying the number by each term separately before adding them together.



Area as a Product

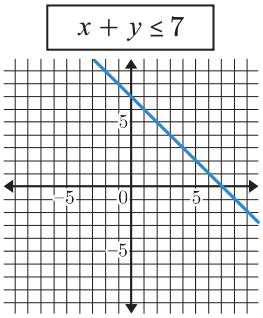
$3(2x + 5)$

For example, $3(2x + 5) = 3 \cdot 2x + 3 \cdot 5 = 6x + 15$.

Español

B

recta límite La línea que separa la región solución de una desigualdad lineal de todos los valores que no son soluciones.
Una desigualdad lineal (p. ej., $y < 2x + 5$) tiene una recta límite representada simbólicamente por la ecuación correspondiente (p. ej., $y = 2x + 5$). Una recta límite continua indica que esos puntos están incluidos en el conjunto de soluciones (p. ej., $y \leq x$). Una recta límite discontinua indica que no lo están (p. ej., $y < x$).



La región solución de $x + y \leq 7$ tiene una recta límite en $x + y = 7$. La recta es continua porque los puntos en la recta $x + y = 7$ se encuentran dentro de la región solución.

C

coeficiente Un número que se multiplica por una variable. Por lo general, no hay ningún signo entre el coeficiente y la variable.

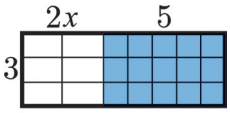
En la expresión $5x + 8$, el coeficiente de x es 5.

restricción Una limitación de los posibles valores de las variables en un modelo. Suelen usarse ecuaciones o desigualdades para representar restricciones.

La restricción "debes medir 36 pulgadas o más para subirte a la rueda de la fortuna" puede representarse con la desigualdad $h \geq 36$.

D

propiedad distributiva
Multiplicar un número por la suma de dos o más términos equivale a multiplicar el número por cada término individualmente antes de sumarlos.



El área como un producto

$3(2x + 5)$

Ejemplo: $3(2x + 5) = 3 \cdot 2x + 3 \cdot 5 = 6x + 15$.

© Amplify Education, Inc and its licensors. Amplify Desmos Math is based on curricula from Illustrative Mathematics (IM).

English

E

elimination A method of solving systems of equations where you add or subtract the equations to produce a new equation with fewer variables.

$$\begin{array}{r} 9x + y = 2 \\ -(3x + y = 10) \\ \hline 6x + 0 = -8 \end{array}$$

In the example, subtraction is used to eliminate y and create an equation that can be solved for x.

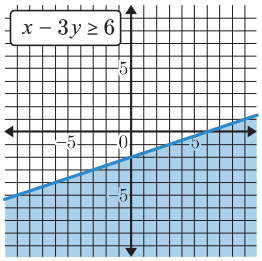
equivalent equations Equations that have the exact same solution(s).

$3x + 4 = 10$ and $9x + 12 = 30$ are equivalent equations because if you multiply the first equation by 3, you create the second. The solution to each equation is $x = 2$.

equivalent systems Two or more systems that have exactly the same solutions.

H

half-plane A region that defines the solution set of a single two-variable linear inequality. The boundary line of the inequality splits the coordinate plane into two equal half-planes.



The graph shows the solution region to $x - 3y \geq 6$. The boundary line $x - 3y = 6$ divides the coordinate plane into two equal half-planes.

Español

E

eliminación Un método para resolver sistemas de ecuaciones en el que se suman o restan las ecuaciones para producir una nueva ecuación con menos variables.

$$\begin{array}{r} 9x + y = 2 \\ -(3x + y = 10) \\ \hline 6x + 0 = -8 \end{array}$$

En el ejemplo, se usa la resta para eliminar y y producir una ecuación que puede resolverse para determinar el valor de x.

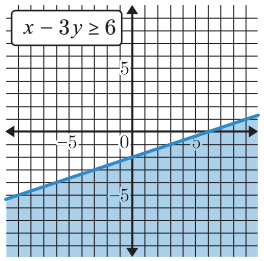
ecuaciones equivalentes Ecuaciones que tienen exactamente la misma o las mismas soluciones.

$3x + 4 = 10$ y $9x + 12 = 30$ son ecuaciones equivalentes porque si se multiplica la primera por 3, se forma la segunda. La solución de cada ecuación es $x = 2$.

sistemas equivalentes Dos o más sistemas que tienen exactamente las mismas soluciones.

H

semiplano Una región que define el conjunto de soluciones de una desigualdad lineal con dos variables. La recta límite de la desigualdad divide el plano de coordenadas en dos semiplanos iguales.



La gráfica muestra la región solución de $x - 3y \geq 6$. La recta límite $x - 3y = 6$ divide el plano de coordenadas en dos semiplanos iguales.

Algebra 1 Unit 5 Glossary/Álgebra 1 Unidad 5 Glosario

English

Español

I

infinitely many solutions An equation has infinitely many solutions if it is true for any value of the variable. A system of equations has infinitely many solutions if the equations in the system are equivalent. In a system of equations with infinitely many solutions, every point on the graph is a solution to the system.

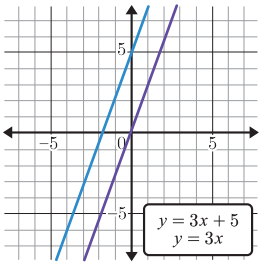
For example, the equation $3x + 6 = 3(x + 2)$ has infinitely many solutions because the equation is true for any value of x.

infinitas soluciones Una ecuación tiene infinitas soluciones si es verdadera sea cual sea el valor de la variable. Un sistema de ecuaciones tiene infinitas soluciones si las ecuaciones del sistema son equivalentes. En un sistema de ecuaciones con infinitas soluciones, cada punto de la gráfica es una solución del sistema.

Por ejemplo, la ecuación $3x + 6 = 3(x + 2)$ tiene infinitas soluciones porque la ecuación es verdadera con cualquier valor de x.

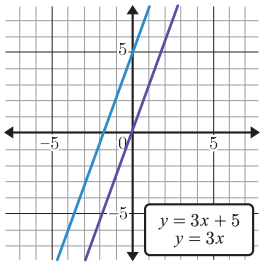
N

no solution An equation has no solution if there is no value of the variable that will make the equation true. A system of equations has no solution if there is no set of values that makes all the equations in the system true. In a system of equations with no solution, there is no point that is on the graph of every equation in the system.



For example, the system of equations containing $y = 3x + 5$ and $y = 3x$ has no solution because the graphs are parallel and never intersect.

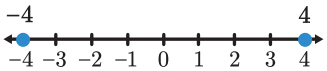
sin solución Una ecuación no tiene solución si no hay ningún valor de la variable que haga que la ecuación sea verdadera. Un sistema de ecuaciones no tiene solución si no hay ningún conjunto de valores que haga que todas las ecuaciones de ese sistema sean verdaderas. En un sistema de ecuaciones sin solución, no hay ningún punto que esté en la gráfica de cada una de las ecuaciones del sistema.



Por ejemplo, el sistema de ecuaciones que contiene $y = 3x + 5$ y $y = 3x$ no tiene solución porque las gráficas son paralelas y nunca se intersecan.

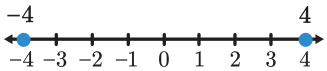
O

opposite Two numbers that are the same distance from 0 and on different sides of the number line. Two terms that are opposites are also referred to as zero pairs and additive inverses.



For example, 4 and -4 are opposites.

opuestos Dos números que están a la misma distancia del 0 y en diferentes lados de la recta numérica. Dos términos que son opuestos también se conocen como inversos aditivos.



Por ejemplo, 4 y -4 son opuestos.

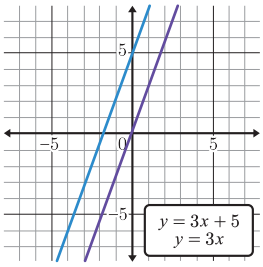
© Amplify Education, Inc and its licensors. Amplify Desmos Math is based on curricula from Illustrative Mathematics (IM).

English

Español

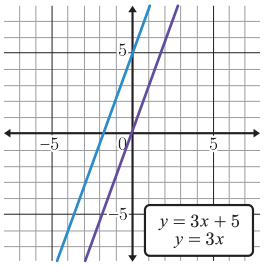
P

parallel lines Lines that never cross or intersect. On a graph, two lines with the same slope and different y-intercepts are parallel.



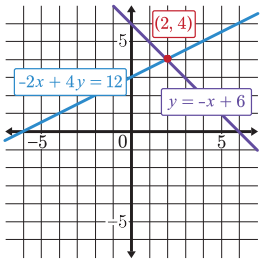
For example, the lines $y = 3x + 5$ and $y = 3x$ are parallel and never intersect.

líneas (o rectas) paralelas Líneas que nunca se cruzan o intersecan. En una gráfica, dos rectas con la misma pendiente e intersecciones diferentes con el eje y son paralelas.



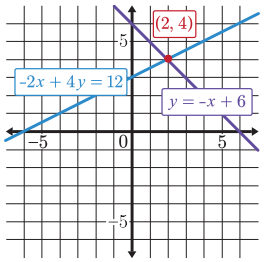
Por ejemplo, las rectas $y = 3x + 5$ y $y = 3x$ son paralelas y nunca se intersecan.

point of intersection A point where two lines or curves meet.



For example, $(2, 4)$ is the point of intersection for the lines $-2x + 4y = 12$ and $y = -x + 6$.

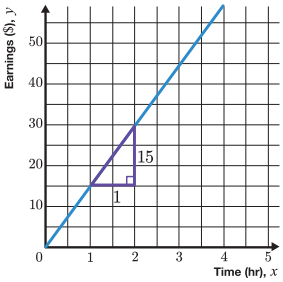
punto de intersección Un punto donde se cruzan dos rectas o curvas.



Por ejemplo, $(2, 4)$ es el punto de intersección de las rectas $y = -x + 6$ y $-2x + 4y = 12$.

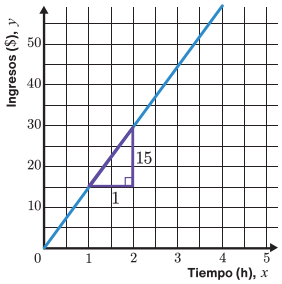
S

slope A number that describes the direction and steepness of a line. Slope represents the amount that y changes when x increases by 1. Since the slope between any two points on a line will be the same, we can say that a line has a constant rate of change. One way to calculate slope is to divide the vertical distance between any two points on the line by the horizontal distance between those points.



In this graph, y increases by 15 dollars when x increases by 1 hour. The slope of the line is 15, and the rate of change is 15 dollars per hour.

pendiente Un número que describe la dirección e inclinación de una recta. La pendiente representa la cantidad en la que cambia y cuando x se incrementa en 1. Como la pendiente entre dos puntos cualesquiera de una recta es la misma, podemos decir que una recta tiene una tasa de cambio constante. Una manera de calcular la pendiente es dividir la distancia vertical entre dos puntos cualesquiera en la recta por la distancia horizontal entre dichos puntos.



En esta gráfica, y incrementa en 15 dólares cuando x incrementa en 1 hora. La pendiente de la recta es 15 y la tasa de cambio es de 15 dólares por hora.

Algebra 1 Unit 5 Glossary/Álgebra 1 Unidad 5 Glosario

English

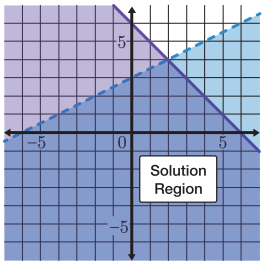
slope-intercept form A way to write a linear equation that highlights the slope and the y-intercept of the line it represents. Slope-intercept form equations are written as $y = mx + b$, where m represents the slope, b represents the y-intercept of the line, and x and y are variables.

The equations $y = 2x + 4$ and $y = -5x - 10$ are in slope-intercept form. The equation $2x + 5y = 20$ is not in slope-intercept form.

solution A value or set of values that makes an equation or inequality true.

For example, $x = 2$ is a solution to the equation $3x + 4 = 10$. $x > 2$ is the solution to the inequality $3x + 4 > 10$. The ordered pair $(1, 2)$ is a solution to the equation $3x + 4y = 11$.

solution region



The set of all ordered pairs that make an inequality or each inequality in a system true. For a two-variable linear inequality, the solution region is a half-plane. For a system of inequalities, the solution region is located where the graphs overlap.

Español

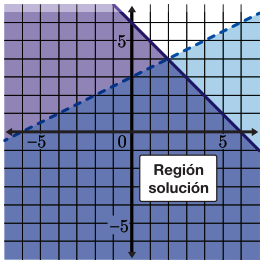
forma pendiente-intersección, forma pendiente-ordenada al origen Una forma de escribir una ecuación lineal que destaca la pendiente y la intersección con el eje y (o la ordena al origen) de la recta que representa. Las ecuaciones en forma pendiente-intersección se escriben $y = mx + b$, donde m representa la pendiente, b representa la intersección con el eje y de la recta, y tanto x como y son variables.

Las ecuaciones $y = 2x + 4$ y $y = -5x - 10$ están en la forma pendiente-intersección. La ecuación $2x + 5y = 20$ no está en la forma pendiente-intersección.

solución Un valor o conjunto de valores que hacen que una ecuación o una desigualdad sean verdaderas.

Por ejemplo, $x = 2$ es una solución de la ecuación $3x + 4 = 10$. $x > 2$ es la solución de la desigualdad $3x + 4 > 10$. El par ordenado $(1, 2)$ es una solución de la ecuación $3x + 4y = 11$.

región solución

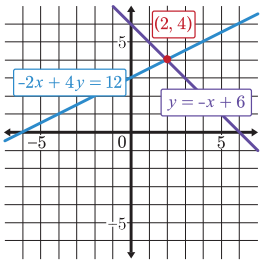


El conjunto de todos los pares ordenados que hacen que una desigualdad, o cada desigualdad de un sistema, sean verdaderas. En una desigualdad lineal de dos variables, la región solución es un semiplano. En un sistema de desigualdades, la región solución se encuentra donde se superponen las gráficas.

© Amplify Education, Inc and its licensors. Amplify Desmos Math is based on curricula from Illustrative Mathematics (IM).

English

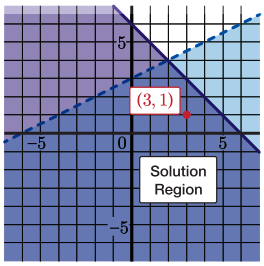
solution to a system of equations



A solution to a system of equations is a set of values that makes all equations in that system true. When the equations are graphed, the solution to the system is the intersection point.

For the system $y = -x + 6$ and $-2x + 4y = 12$, $(2, 4)$ is the solution to this system of equations and the intersection point on the graph.

solution to a system of inequalities



An ordered pair that makes each inequality in a system true. Every ordered pair that is a solution to a system is located in the solution region where the graphs overlap.

For system $y \leq -x + 6$ and $-2x + 4y < 12$, $(3,1)$ is a solution to this system of inequalities because it makes both inequalities true and falls in the region where the inequalities overlap.

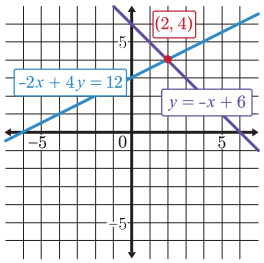
standard form (of a linear equation)

Linear equations that are written in the form $ax + by = c$, where a, b, and c are constants and x and y are variables, are written in standard form.

The equations $2x + 5y = 20$ and $3x - 4y = -10$ are in standard form. The equation $y = 2x + 4$ is not in standard form.

Español

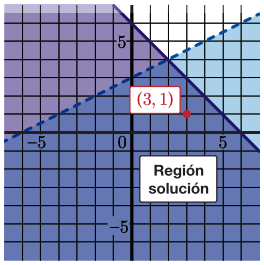
solución de un sistema de ecuaciones



Una solución de un sistema de ecuaciones es un conjunto de valores que hace que todas las ecuaciones de ese sistema sean verdaderas. Al graficar las ecuaciones, la solución del sistema es el punto de intersección.

Por ejemplo, en el sistema de ecuaciones $y = -x + 6$ y $-2x + 4y = 12$, la solución y el punto de intersección de la gráfica es $(2, 4)$.

solución de un sistema de desigualdades



Un par ordenado que hace que cada desigualdad de un sistema sea verdadera. Cada par ordenado que sea una solución de un sistema se encuentra en la región solución donde se superponen las gráficas.

Por ejemplo, en el sistema de desigualdades $y \leq -x + 6$ y $-2x + 4y < 12$, la solución es $(3,1)$ porque hace que ambas desigualdades sean verdaderas y se ubica en la región donde las desigualdades se suporponen.

forma estándar (de una ecuación lineal)

Las ecuaciones lineales que se escriben en la forma $ax + by = c$, donde a, b y c son constantes, y tanto x como y son variables, se conocen como ecuaciones en forma estándar.

Las ecuaciones $2x + 5y = 20$ y $3x - 4y = -10$ están en forma estándar. La ecuación $y = 2x + 4$ no está en forma estándar.

Algebra 1 Unit 5 Glossary/Álgebra 1 Unidad 5 Glosario

English

substitute Replace a variable or expression with a value or another expression.

$$4x = 4(5)$$

In this example, 5 is substituted for x in the expression $4x$.

substitution A method of solving systems of equations where a variable is replaced with an equivalent expression in order to produce a new equation with fewer variables.

$$y = -4x + 6 \qquad y = 3x - 15$$

$$-4x + 6 = 3x - 15$$
$$-7x = -21$$
$$\boxed{x = 3}$$
$$y = 3(3) - 15$$
$$\boxed{y = -6}$$

For example, we can substitute $-4x + 6$ in for y in $y = 3x - 15$ because they are equivalent.

sum The value of two or more expressions when added together.

For example, the sum of 6 and 15 is 21, and the sum of $5x$ and $-2x + 4$ is $3x + 4$.

system of equations Two or more equations that represent the constraints on a shared set of variables form a system of equations.

These equations make a system:
$3b + c = -2$
$b - 5c = 12$

system of inequalities Two or more inequalities that represent the constraints on a shared set of variables form a system of inequalities.

These inequalities make a system:
$10m + 5n > -2$
$m - 5n \leq 12$

Español

sustituir Reemplazar una variable o expresión por un valor u otra expresión.

$$4x = 4(5)$$

En este ejemplo, el 5 sustituye a la x en la expresión $4x$.

sustitución Un método para resolver sistemas de ecuaciones donde una variable se reemplaza con una expresión equivalente para producir una nueva ecuación con menos variables.

$$y = -4x + 6 \qquad y = 3x - 15$$

$$-4x + 6 = 3x - 15$$
$$-7x = -21$$
$$\boxed{x = 3}$$
$$y = 3(3) - 15$$
$$\boxed{y = -6}$$

Por ejemplo, podemos introducir $-4x + 6$ en lugar de y en $y = 3x - 15$ porque son equivalentes.

suma El valor de dos o más expresiones al sumarse.

Por ejemplo, la suma de 6 y 15 es 21 y la suma de $5x$ y $-2x + 4$ es $3x + 4$.

sistema de ecuaciones Dos o más ecuaciones que representan las restricciones de un conjunto compartido de variables forman un sistema de ecuaciones.

Estas ecuaciones forman un sistema:
$3b + c = -2$
$b - 5c = 12$

sistema de desigualdades Dos o más desigualdades que representan las restricciones de un conjunto compartido de variables forman un sistema de desigualdades.

Estas desigualdades forman un sistema:
$10m + 5n > -2$
$m - 5n \leq 12$

© Amplify Education, Inc and its licensors. Amplify Desmos Math is based on curricula from Illustrative Mathematics (IM).

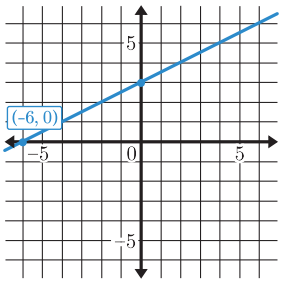
English

Español

X

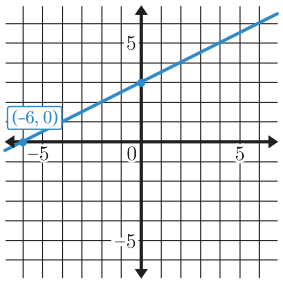
x-intercept A point where the graph of an equation or function crosses the x-axis or when $y = 0$.

The x-intercept of the graph of $-2x + 4y = 12$ is $(-6, 0)$, or just -6.



intersección con el eje x, abscisa al origen Un punto donde la gráfica de una ecuación o función cruza el eje x, o cuando $y = 0$.

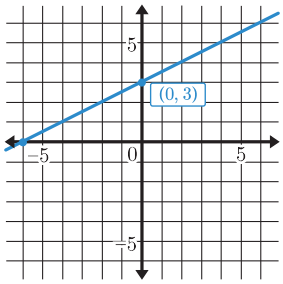
La intersección con el eje x de la gráfica de $-2x + 4y = 12$ es $(-6, 0)$, o simplemente -6.

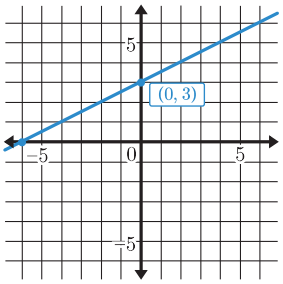


Y

y-intercept A point where the graph of an equation or function crosses the y-axis or when $x = 0$.

The y-intercept of the graph $-2x + 4y = 12$ is $(0, 3)$, or just 3.



intersección con el eje y, ordenada al origen Un punto donde la gráfica de una ecuación o función cruza el eje y, o cuando $x = 0$.

La intersección con el eje y de la gráfica de $-2x + 4y = 12$ es $(0, 3)$, o simplemente 3.